



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

А.А. ХАЛАТОВ, А.В. ГІЛЬЧУК, Л.М. КОХТИЧ

ТЕРМОДИНАМІКА ГАЗОВОГО ПОТОКУ

**Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 105 «Прикладна фізика і
наноматеріали»**

**Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2019**

УДК 621.1.016 (075.8)

Рецензенти: *Коваленко А.С.*, канд.техн. наук, доц., старший науковий співробітник відділу високотемпературної термогазодинаміки Інституту технічної теплофізики НАНУ

Горєлов Б.М., д.ф.-м.н., завідувач відділу композиційних матеріалів Інституту хімії поверхні імені О.О. Чуйка НАНУ

Відповідальний редактор *Литвинова Т. В.*, доц., канд. техн. наук, в.о. директора ФТІ КПІ ім. Ігоря Сікорського

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол №10 від 20.06. 2019 р.) за поданням Вченої ради Фізико-технічного інституту (протокол №6/2019 від 29.05. 2019 р.)

Електронне мережне навчальне видання

Халатов Артем Артемович, акад. НАНУ, д-р техн. наук, проф.

Гільчук Андрій Володимирович, канд. фіз.-мат. наук

Кохтич Людмила Михайлівна, канд. фіз.-мат. наук

Термодинаміка газового потоку [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 105 «Прикладна фізика та наноматеріали» / А. А. Халатов, А. В. Гільчук, Л.М.Кохтич; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,65 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 219 с.

Розглянуто фізичні основи та математичний опис процесів термодинаміки газового потоку. У посібнику викладено основні поняття термодинаміки ідеальних й реальних газів, сформульовані термодинамічні рівняння для газового потоку, виконаний їх аналіз та описані окремі випадки, розглянуто вплив різних чинників на розгін і гальмування газового потоку. Виконаний аналіз основних циклів теплових машин, що працюють на ідеальних і реальних газах, а також циклів холодильних установок.

Навчальний посібник розраховано на студентів фізико-технічних та енергетичних спеціальностей, зокрема, спеціальності 105 «Прикладна фізика та наноматеріали».

© А. А. Халатов, А. В. Гільчук, Л. М. Кохтич, 2019

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019

ЗМІСТ:

Вступ.....	9
 Розділ 1. Основні поняття термодинаміки газу.....	11
1.1. Основні визначення.....	11
1.2. Поняття про рівняння стану.....	12
1.3. Рівняння стану ідеального газу.....	13
1.4. Термодинамічний процес.....	15
1.5. Теплоємність газу.....	16
1.5.1. Вплив типу процесу	17
1.5.2. Вплив роду	17
1.5.3. Вплив параметрів стану	18
1.6. Газові суміші.....	19
1.6.1. Визначення складу газової суміші.....	19
1.6.2. Удавана молекулярна маса суміші.....	21
1.6.3. Газова стала суміші.....	22
1.6.4. Зв'язок між парціальними величинами.....	22
1.6.5. Теплоємність суміші газів.....	23
1.7. Запитання для самоконтролю	23
1.8. Задачі для самостійного розв'язування.....	24
 Розділ 2. Перший закон термодинаміки	
і термодинамічні процеси.....	27
2.1. Перший закон термодинаміки.....	27
2.2. Внутрішня енергія.....	28
2.3. Робота і теплота процесу.....	32
2.3.1. Робота.....	32
2.3.2. Теплота.....	34

2.4.	Ентальпія.....	36
2.5.	Дослідження термодинамічних процесів.....	37
2.6.	Ізохорний процес.....	38
2.7.	Ізобарний процес.....	39
2.8.	Ізотермічний процес.....	40
2.9.	Адіабатний процес.....	42
2.9.1.	Показник адіабати.....	44
2.10.	Політропічні процеси.....	45
2.10.1.	Співвідношення політропічного процесу.....	45
2.10.2.	Теплоємність політропічного процесу.....	46
2.10.3.	Політропічні процеси в $p-v$ діаграмі.....	47
2.11.	Оборотні та необоротні процеси.....	48
2.12.	Запитання для самоконтролю.....	52
2.13.	Задачі для самостійного розв'язування.....	53
Розділ 3.	Другий закон термодинаміки.....	55
3.1.	Поняття про цикл.....	55
3.2.	Другий закон термодинаміки.....	57
3.3.	Термічний ККД циклу теплового двигуна.....	60
3.4.	Цикл Карно	61
3.5.	Властивості оборотних та необоротних циклів	65
3.5.1.	Оборотні цикли.....	65
3.5.2.	Необоротні цикли.....	67
3.6.	Ентропія та її зміна в оборотних та необоротних процесах.....	68
3.7.	Ентропія ізольованої системи	72
3.8.	Втрати корисної роботи у незворотних процесах	75
3.9.	Координати $T-s$	77
3.9.1.	Адіабатний процес.....	78

3.9.2.	Ізотермічний процес.....	79
3.9.3.	Ізохорний процес.....	79
3.9.4.	Ізобарний процес.....	80
3.9.5.	Політропічні процеси	81
3.10.	Координати $i - s$	82
3.10.1.	Ізотермічний процес.....	83
3.10.2.	Ізобарний процес.....	83
3.10.3.	Ізохорний процес.....	84
3.11.	Запитання для самоконтролю	85
3.12.	Задачі для самостійного розв'язування.....	85
Розділ 4.	Основні рівняння термодинаміки газового потоку.....	87
4.1.	Рівняння нерозривності.....	88
4.2.	Перший закон термодинаміки для газу, що рухається.....	89
4.3.	Рівняння збереження енергії газового потоку.....	90
4.4.	Параметри адіабатно загальмованого потоку.....	93
4.5.	Критичні параметри потоку.....	95
4.6.	Рівняння збереження енергії в параметрах загальмованого потоку. Часткові випадки рівняння.....	96
4.6.1.	Енергоізолюваний потік.....	97
4.6.2.	Компресор.....	97
4.6.3.	Турбіна.....	99
4.6.4.	Теплообмінник. Камера згоряння.....	100
4.7.	Узагальнене рівняння Бернуллі.....	100
4.8.	Зміна повної температури та повного тиску в газовому потоці.....	103
4.9.	Газодинамічні функції.....	105
4.9.1.	Число Маха та приведена швидкість.....	105
4.9.2.	Газодинамічні функції.....	106

4.10.	Запитання для самоконтролю	109
4.11.	Задачі для самостійного розв'язування.....	110
Розділ 5.	Розгін та гальмування газового потоку.....	112
5.1.	Форма каналу, що забезпечує розгін або гальмування газового потоку.....	112
5.1.1.	Геометрична форма сопла	113
5.1.2.	Геометрична форма дифузора.....	115
5.2.	Ідеальна течія газу в соплах.....	116
5.2.1.	Основні визначення.....	116
5.2.2.	Швидкість витікання газу з сопла	117
5.3.	Ідеальна течія газу в соплах, що звужуються.....	119
5.3.1.	Зміна параметрів потоку в соплі, що звужується.....	119
5.3.2.	Наявний ступінь зниження тиску газу в соплі менший критичного.....	120
5.3.3.	Наявний ступінь зниження тиску газу в соплі рівний критичному.....	121
5.3.4.	Наявний ступінь зниження тиску газу в соплі більший критичного.....	121
5.3.5.	Вплив $\pi_{\text{ср}}$ на течію газу в соплі, що звужується.....	122
5.3.6.	Витрата газу.....	123
5.4.	Ідеальна течія газу в соплах Лавалю.....	124
4.1.	Зміна параметрів потоку вздовж сопла Лавалю.....	125
4.2.	Вплив \overline{F}_2 на течію газу в соплі.....	126
4.3.	Витрата газу.....	128
4.4.	Вплив p_1^* та p_H на течію газу в соплі.....	129
5.5.	Розгін та гальмування потоку газу під дією різних впливів.....	131
5.5.1.	Витратний вплив.....	132
5.5.2.	Тепловий вплив.....	133

5.3.	Механічний вплив.....	134
5.4.	Вплив тертя.....	134
5.5.	Спільна дія кількох чинників на течію газу в соплі.....	135
5.6.	Запитання для самоконтролю	136
5.7.	Задачі для самостійного розв'язування.....	137
Розділ 6. Ідеальні цикли теплових двигунів.....		139
6.1.	Термодинамічний метод дослідження циклів.....	139
6.2.	Цикли реактивних двигунів та газотурбінних установок.....	142
6.2.1.	Цикл з підводом теплоти при сталому тиску та повному розширенні (цикл Брайтона).....	142
6.2.2.	Цикл з підводом теплоти при сталому об'ємі і повному розширенні (цикл Гемфрі).....	148
6.2.3.	Порівняння циклів Брайтона та Гемфрі	151
6.2.4.	Цикл ракетного двигуна.....	152
6.3.	Цикли поршневих двигунів.....	154
6.3.1.	Цикл з підводом теплоти при сталому об'ємі (цикл Отто)	154
6.3.2.	Цикл з підводом теплоти при сталому тиску (цикл Дизеля).....	157
6.3.3.	Порівняння циклів Отто та Дизеля.....	159
6.4.	Запитання для самоконтролю	160
6.5.	Задачі для самостійного розв'язування.....	161
Розділ 7. Термодинаміка реальних газів		164
7.1.	Рівняння стану реального газу.....	164
7.1.1.	Основні визначення.....	164
7.1.2.	Рівняння стану реального газу.....	165
7.2.	Фазові діаграми.....	166

7.2.1.	Фазова p – t діаграма.....	166
7.2.2.	Фазова p – v діаграма.....	169
7.3.	Ентропійні діаграми реального газу.....	173
7.3.1.	Діаграма T – s	173
7.3.2.	Діаграма i – s	175
7.4.	Дроселювання газу.....	177
7.5.	Паровий цикл Карно.....	182
7.6.	Цикл Ренкіна.....	184
7.6.1.	Цикл Ренкіна з перегрітою парою.....	188
7.7.	Цикли атомних енергетичних установок	190
7.7.1.	Одноконтурні атомні установки.....	191
7.7.2.	Двоконтурні атомні установки.....	192
7.7.3.	Триконтурні атомні установки.....	193
7.8.	Енергетичні установки з МГДгенератором.....	194
7.8.1.	МГД-установка відкритого циклу.....	195
7.8.2.	МГД-установка замкнутого циклу.....	198
7.9.	Запитання для самоконтролю	200
7.10.	Задачі для самостійного розв’язування.....	201
Розділ 8.	Цикли холодильних установок.....	203
8.1.	Основні поняття та визначення.....	203
8.2.	Цикл повітряної холодильної установки.....	206
8.3.	Цикл парової компресійної холодильної установки.....	210
8.4.	Цикл теплового насосу.....	214
8.5.	Запитання для самоконтролю	217
8.6.	Задачі для самостійного розв’язування.....	218
Література.....		219

ВСТУП

Рух газового потоку, який супроводжується перетворенням енергії, є складовою частиною робочого процесу в багатьох енергетичних установках. Термодинаміка газового потоку відіграє важливу роль не тільки у вивченні різних термодинамічних процесів, але, перш за все, у визначенні найбільш ефективних способів перетворення теплоти в роботу. Значення термодинаміки газового потоку особливо зросло у зв'язку з тенденцією до підвищення параметрів термодинамічних процесів теплових машин і установок.

«Термодинаміка газового потоку» є базовим навчальним курсом фундаментальних дисциплін фізико-енергетичного циклу за напрямком підготовки «Прикладна фізика та наноматеріали» (спеціалізація: «фізика новітніх джерел енергії»). Вона дає основні знання в області законів руху газового потоку, термодинамічних циклів теплових машин, дозволяє виконувати аналіз відповідних процесів. Вивчення цієї дисципліни дозволить студентам отримати глибокі професійні знання в області законів руху газового потоку і перетворення теплової форми енергії в механічну, розрахунку та оптимізації термодинамічних циклів різних теплових машин. Отримані знання дають можливість виконувати дослідження фізичних процесів в енергетичних машинах і установках і проводити розрахунки параметрів газового потоку в елементах енергетичних установок.

Основними завданнями курсу, що вивчається, є:

1. Отримати знання в області закономірностей руху газу в умовах перетворення теплової енергії в механічну, аналізувати термодинамічні цикли теплових машин.
2. Вміти самостійно формулювати, аналізувати і розв'язувати задачі руху газового потоку в елементах енергетичних установок.
3. Отримати навички розрахунку параметрів термодинамічних циклів і дослідження процесів перетворення теплоти в механічну енергію в теплових

машинах і механічної енергії в теплову в холодильних установках і теплових насосах.

Вивчення дисципліни включає лекції та практичні заняття. Базою для вивчення курсу є такі дисципліни: «Вступ до спеціальності», «Загальна фізика», «Математичний аналіз», «Диференціальні рівняння». Курс «Термодинаміка газового потоку» розрахований на студентів фізико-технічних та енергетичних спеціальностей, зокрема, спеціальності 105 «Прикладна фізика та наноматеріали». Він також може бути корисним для студентів інших технічних спеціальностей, аспірантів, наукових співробітників й інженерів-дослідників, що вивчають фізичні явища газового потоку.

РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

1.1. ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ

Термодинамічне дослідження починається з виділення деякої області простору. Сукупність тіл в цій області утворює *термодинамічну систему*. У граничному випадку система складається з одного тіла. Тіла, що становлять систему, можуть обмінюватися енергією між собою і з навколишнім середовищем. Існують дві форми (два способи) передачі енергії – *теплота і робота*.

Теплота являє собою форму передачі енергії за допомогою теплообміну, а *робота* – форму передачі енергії при механічній взаємодії між тілами. Крім механічної, розрізняють безліч видів роботи – наприклад, робота електричного струму, магнітного чи електростатичного поля та ін. У термодинаміці газового потоку розглядаються системи, в яких єдиним видом роботи є механічна робота. Під теплообміном мається на увазі передача енергії, пов'язана з безпосередньою взаємодією між мікрочастинками середовища (теплопровідність, конвекція) або з поширенням електромагнітних хвиль (радіаційний теплообмін). Кількість енергії, переданої за рахунок теплоти, позначають буквою Q (Дж), а в результаті роботи – L (Дж). Теплота і робота, віднесені до одного кілограма робочого тіла позначаються q і l (Дж/кг), відповідно.

Тіло, за допомогою якого відбувається взаємоперетворення теплоти і механічної роботи (теплової та механічної форм руху), називається *робочим тілом*. Найбільш часто робочими тілами є газ або пара. Наприклад, в газотурбінних двигунах і двигунах внутрішнього згоряння робочими тілами є повітря або продукти згоряння паливно-повітряних сумішей, а в паросилових установках – пар різних речовин.

Якщо система не обмінюється енергією з навколишнім середовищем, то вона називається *енергоізованою*. Система, яка обмінюється енергією з навколишнім середовищем тільки в формі роботи, називається

теплоізолюваною. Система називається *гомогенною*, якщо її хімічний склад і фізичні властивості в усіх її частинах однакові або змінюються неперервно (не стрибкоподібно). В іншому випадку система є *гетерогенною*. Гетерогенна система складається з декількох гомогенних областей (фаз), але на границях фаз властивості системи змінюються стрибкоподібно. Гомогенна система може складатися з одного або декількох хімічно індивідуальних речовин (компонентів). Прикладами багатоконпонентних гомогенних систем є суміші газів (повітря, продукти згоряння паливно-повітряних сумішей) і розчини.

Система (тіло) перебуває в рівновазі, якщо при ізоляції від навколишнього середовища стан її не змінюється. Для однокомпонентної термодинамічної системи умовою такого стану є рівність тиску і температури у всіх її точках. Зі стану рівноваги система може бути виведена тільки будь-яким зовнішнім впливом [1, 2, 3, 4].

1.2. ПОНЯТТЯ ПРО РІВНЯННЯ СТАНУ

Кожен стан системи характеризується фізичними величинами, які називаються параметрами стану. До основних параметрів стану відносяться температура T , тиск p і питомий об'єм v . Питомий об'єм (об'єм одиниці маси речовини, $\text{м}^3/\text{кг}$), зв'язаний з густиною ρ ($\text{кг}/\text{м}^3$) таким співвідношенням $v = \frac{1}{\rho}$.

За молекулярно-кінетичною теорією тиск газу визначається рівнянням $p = \frac{2}{3} n m \bar{v}^2 / 2$, а його термодинамічна температура – рівнянням $k T = \frac{2}{3} m \bar{v}^2 / 2$. Тут n – число молекул в одиниці об'єму; m – маса молекули; \bar{v}^2 – середньоквадратична швидкість поступального руху молекул; k – стала Больцмана, $k = 1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Встановлено, що рівноважний стан термодинамічної системи визначається двома параметрами стану, тобто знання двох параметрів

стану досить для визначення всіх інших величин, що характеризують властивості даної системи. Тому будь-які три параметри стану (наприклад, p , v і T) однозначно пов'язані між собою рівнянням:

$$F(p, v, T) = 0,$$

яке називається рівнянням стану. Воно може бути застосовано лише до тіл, що знаходяться в стані рівноваги, тобто які мають однакові значення p і T в усьому об'ємі, що розглядається [1, 4].

1.3. РІВНЯННЯ СТАНУ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

Рівняння стану широко використовується для визначення властивостей газу, розрахунку термодинамічних процесів. Найбільш просто і точно ці розрахунки можуть бути виконані для газів, стан яких наближається до стану ідеального газу.

Ідеальним називається газ, що складається з пружних молекул, між якими відсутні сили взаємного тяжіння і відштовхування, а об'єм, що займається молекулами нескінченно малий у порівнянні з об'ємом простору між ними. До такого стану реальні гази наближаються при збільшенні їх питомого об'єму, коли відстані між окремими молекулами великі. Отже, ідеальний газ – це граничний стан реального газу при $v \rightarrow \infty$ (або $p \rightarrow 0$). Для ідеальних газів *термічне рівняння стану ідеального газу* записується в наступному вигляді:

$$p v = R \cdot T. \quad (1.1)$$

Стала R не залежить від стану газу, вона є індивідуальною для кожного газу і називається *газовою сталою*. Рівняння (1.1) записано для 1 кг газу і отримано Клапейроном в 1884 р. Для M кг газу це рівняння має вигляд:

$$p V = M \cdot R \cdot T, \quad (1.2)$$

де V – об'єм, що займає газ масою M кг.

Помноживши праву і ліву частини (1.1) на молекулярну масу μ , отримаємо рівняння стану ідеального газу для одного моля

$$p v_{\mu} = R_{\mu} T, \quad (1.3)$$

де $v_{\mu} = v \cdot \mu$, $R_{\mu} = R \cdot \mu$. Якщо в газі міститься N молей, то

$$p \cdot V = N R T, \quad (1.3^*)$$

Відомо, що різні ідеальні гази при однакових p і T мають рівні об'єми одного моля v_{μ} . Зокрема, при стандартних умовах ($p_0 = 101325$ Па; $T_0 = 273,15$ К) маємо $v_{\mu} = 22,414$ м³/К моль. Отже, величина R_{μ} не залежить від природи газу і є однаковою для всіх газів. Вона називається *універсальною газовою сталою*.

Величину R_{μ} можна визначити, якщо в рівняння (1.3) підставити зазначені вище значення p , T і v_{μ} . Тоді можна отримати $R_{\mu} = 8314,4$ Дж/моль·К. Універсальна газова стала в рівнянні стану ідеального газу вперше була введена Д.І. Менделєєвим. Рівняння стану в формі (1.3) і (1.3*) прийнято називати рівнянням Менделєєва-Клайперона.

За величиною R_{μ} може бути знайдена величина газової сталої будь-якого газу (табл. 1.1.), якщо відома його молекулярна маса:

$$R = \frac{R_{\mu}}{\mu}. \quad (1.4)$$

Таблиця 1.1. Значення газової сталої R для деяких газів (Дж/(кг·К))

Газ	He	Ar	H ₂	N ₂	O ₂	CO	NO	CO ₂	H ₂ O	Повітря
R	2077	208,1	4124	296,7	259,9	296,8	277,1	188,9	461,5	287,05

Рівняння (1.1) – (1.3) строго застосовні лише до ідеальних газів, та водночас вони з достатньою точністю можуть бути застосовані для вирішення багатьох технічних задач при визначенні властивостей газів і розрахунку термодинамічних процесів в реальних енергетичних установках [1, 3].

1.4. ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ ПРОЦЕС

Зміна стану системи (тіла), що супроводжується зміною її параметрів, називається *термодинамічним процесом*. Всі термодинамічні процеси поділяються на *рівноважні* і *нерівноважні*.

Рівноважним називається термодинамічний процес, який являє собою безперервну послідовність рівноважних станів. Отже, в рівноважному процесі в кожен момент часу тиск і температура у всіх точках системи однакові. *Нерівноважним* називається термодинамічний процес, який є послідовністю станів, серед яких хоча б один процес не є рівноважним.

Реальні процеси, що протікають в природі і в усіх технічних пристроях, є *нерівноважними*. Це пояснюється тим, що зміна стану системи, що представляє собою термодинамічний процес, може бути здійснена тільки за рахунок зовнішнього впливу, тобто порушення рівноваги. Можна уявити такі умови протікання реальних процесів, коли вони стають практично рівноважними (*або квазістатичними*). Очевидно, що в цьому випадку порушення рівноваги в системі має бути нескінченно малим, що може бути досягнуто повільною зміною стану системи, тобто повільним перебігом процесу.

Приклад. Розглянемо стиснення газу в циліндрі з поршнем. При русі поршня в першу чергу будуть стискатися шари газу, які безпосередньо прилягають до поверхні поршня; тому тиск в цих шарах газу є вищим за середнє значення тиску газу в циліндрі. Тому, в процесі стиснення тиск газу в циліндрі неоднаковий, а сам процес є *нерівноважним*.

Передача збурень (зміна тиску, викликана переміщенням поршня) відбувається з кінцевою швидкістю, яка дорівнює швидкості звуку a . Якщо швидкість переміщення поршня w_n набагато менша за швидкість звуку a , то в кожен момент часу тиск газу встигає вирівнюватися по всьому об'єму циліндра і процес буде *квазістатичним*; в той же час, при співставних значеннях w_n і a процес буде *нерівноважним*.

Таким чином, *рівноважний процес є граничним випадком нерівноважного процесу при прямуванні швидкості останнього до нуля*. Заміна реального процесу рівноважним дозволяє при його дослідженні використовувати термодинамічні рівняння і методи аналізу, отримані для рівноважних процесів, що дає досить точні результати [3, 4, 5].

1.5. ТЕПЛОЄМНІСТЬ ГАЗУ

Термодинамічні розрахунки газів базуються на теплоємності. Теплоємність – це кількість теплоти, необхідна для зміни температури тіла на один градус. Теплоємність 1 кг речовини називають *питомою* c , а 1 моля – *молярною* c_μ . У розрахунках використовують як величину істинної теплоємності:

$$c = \frac{\delta q}{dT}, \quad (1.5)$$

так і величину середньої теплоємності в заданому інтервалі температур ($T_2 - T_1$)

$$c_{T_1}^{T_2} = \frac{q}{T_2 - T_1}, \quad (1.6)$$

де q – теплота, підведена до 1 кг речовини при зміні її температури від T_1 до T_2 . У загальному випадку теплоємність залежить від типу термодинамічного процесу, роду газу і параметрів стану.

1.5.1. Вплив типу процесу на теплоємність

У різних термодинамічних процесах в одному діапазоні зміни температури теплота процесу може бути неоднакова, а, відповідно, неоднакова і теплоємність.

У термодинамічних розрахунках найбільш часто використовують теплоємності ізобарного c_p та ізохорного c_v процесів. Для одного і того ж газу величина c_v завжди менше теплоємності c_p , оскільки в першому випадку теплота витрачається лише на зміну температури газу, а в другому ще й на здійснення роботи. Теплоємності c_p та c_v ідеального газу пов'язані між собою *рівнянням Майєра*, яке відоме з курсу загальної фізики:

$$c_p - c_v = R \quad (1.7)$$

або

$$c_{p_\mu} - c_{v_\mu} = R_\mu \quad (1.8)$$

1.5.2. Вплив роду газу на теплоємність

З кінетичної теорії газів відомо, що:

$$c_{v_\mu} = \frac{y}{2} R_\mu, \quad c_v = \frac{y}{2} \cdot \frac{R_\mu}{\mu}, \quad (1.9)$$

та

$$c_{p_\mu} = \left(1 + \frac{y}{2}\right) R_\mu, \quad c_p = \left(1 + \frac{y}{2}\right) \frac{R_\mu}{\mu}, \quad (1.10)$$

де y – число ступенів вільності руху молекул. Оскільки в кінетичній теорії газів розглядаються тільки поступальні і обертальні ступені волі, то в цьому випадку для одноатомних газів $y = 3$, для двоатомних $y = 5$ і триатомних $y = 6$.

Таблиця 1.2. Теплоємність c_p (кДж/кг·К) та c_{pm} (кДж/кмоль·К) для ідеальних газів

Газ	Молекулярна маса	Кінетична теорія		c_p (експеримент)		
		c_{pm}	c_p	$T = 300 \text{ K}$	1000 K	2000 K
Гелій He	4,003	20,78	5,19	5,19	5,19	5,19
Водень H ₂	2,016	29,1	14,4	14,3	15,0	17,0
Кисень O ₂	32	29,1	0,909	0,922	1,09	1,18
Водяна пара H ₂ O	18,016	33,26	1,84	1,86	2,29	2,85

Зі сказаного випливає, що молярна теплоємність газу залежить від числа атомів в молекулі, а питома – також від молекулярної маси (табл. 1.2). Кінетична теорія якісно добре описує вплив u і μ на теплоємність газу, проте кількісно дані, отримані з рівнянь (1.9) і (1.10), добре узгоджуються з експериментальними даними тільки для одноатомних газів (табл. 1.2). Останнє пов'язано з тим, що у багатоатомних газів мають місце коливання атомів, енергія яких не враховується в кінетичній теорії газів.

1.5.3. Вплив параметрів стану на теплоємність

Теплоємність *ідеального газу* залежить тільки від температури й збільшується або зменшується, відповідно, зі зміною температури. Виняток становлять одноатомні гази, теплоємність яких в ідеальному стані від температури практично не залежить (табл. 1.2).

У розрахунках зазвичай користуються експериментальними значеннями c_p і c_v , представленими у вигляді таблиць. Ці таблиці складені як для справжніх, так і для середніх значень теплоємності. У таблицях наводяться величини середніх теплоємностей, де за вихідне (базове) значення температури зазвичай приймають $T_o = 273 \text{ K}$ ($t_o = 0^\circ\text{C}$). У деяких задачах зручніше використовувати аналітичну залежність теплоємності від температури, яку зазвичай подають як многочлен, наприклад,

$$c = a + b \cdot t + d \cdot t^2,$$

де a, b, d – коефіцієнти, які визначаються з експерименту і залежать від роду газу і виду процесу.

Таблиця 1.3. Відношення теплоємностей c_p реального та ідеального газів

p , МПа	Температура, К			
	300	400	600	1000
2,0	1,03	1,015	1,006	1,001
20,0	1,26	1,15	1,06	1,015

Теплоємність *реального газу* залежить також від тиску через вплив міжмолекулярних взаємодій. Відхилення теплоємності реального газу від теплоємності ідеального газу в загальному випадку тим більше, чим вищий тиск і нижча температура. Це відхилення особливо значне при станах, близьких до критичного стану. Значення тисків і температур, при яких ці відхилення істотні, різні для різних речовин. У таблиці 1.3 наведені відношення теплоємності повітря при тисках 2,0 і 20 МПа до його теплоємності в ідеальному стані [1, 4, 6].

1.6. ГАЗОВІ СУМІШІ

У техніці часто доводиться мати справу не з чистими газами, молекули яких однакові, а з їх сумішами, такими, як повітря, продукти згоряння паливно-повітряних сумішей та ін. Тому важливо вміти по параметрам окремих газів знаходити параметри їх сумішей. Нижче розглянуті рівняння для суміші ідеальних газів.

1.6.1. Визначення складу газової суміші

Склад газової суміші може бути заданий масовими частками, мольними частками, парціальними тисками або об'ємними частками окремих компонентів.

Масовою часткою g_i кожного компонента називається відношення маси даного компонента M_i до маси всієї суміші $M_{\text{см}}$:

$$g_i = \frac{M_i}{M_{\text{см}}}, \quad (1.11)$$

де $M_{\text{см}} = \sum_1^k M_i$, k – число компонентів суміші. Легко бачити, що $\sum_1^k g_i = 1,0$.

Наприклад, масові частки основних компонентів в повітрі рівні $g_{N_2} = 0,7552$; $g_{O_2} = 0,2314$; $g_{Ar} = 0,0129$; $g_{CO_2} = 0,0005$. Суміш, що складається з двох компонентів, називається бінарною.

Мольною часткою називається відношення кількості молей N_i розглянутого компонента до загальної кількості молей суміші $N_{\text{см}}$:

$$n_i = \frac{N_i}{N_{\text{см}}}, \quad (1.12)$$

де $N_{\text{см}} = \sum_1^k N_i$. Очевидно, що $\sum_1^k n_i = 1,0$, де k – число компонентів суміші.

Парціальним тиском p_i називається тиск, який створював би даний компонент, якби при даній температурі він один займав весь об'єм суміші. Відповідно до *закону Дальтона* сума парціальних тисків ідеальних газів, які не реагують між собою, дорівнює повному тиску суміші:

$$\sum_1^k p_i = p_{\text{см}}. \quad (1.13)$$

Об'ємною часткою називається співвідношення:

$$r_i = \frac{V_i}{V_{\text{cv}}}, \quad (1.14)$$

де V_i – парціальний об'єм даного компонента, що дорівнює об'єму, який займав би даний компонент при тиску і температурі суміші. Із закону Бойля - Маріотта випливає:

$$p_{cm} V_i = p_i V_{cm},$$

або

$$p_{cm} \sum_1^k V_i = V_{cm} \sum_1^k p_i.$$

Згідно закону Дальтона $\sum_1^k p_i = p_{cm}$, тому $\sum_1^k r_i = 1.0$.

1.6.2. Удавана молекулярна маса суміші

Удавана молекулярна маса являє собою умовну величину, рівну відношенню маси суміші M_{cm} до суми молей всіх компонентів суміші N_{cm} :

$$\mu_{cm} = \frac{M_{cm}}{N_{cm}}.$$

Оскільки $M_{cm} = \sum_1^k N_i \mu_i$, то:

$$\mu_{cm} = \frac{\sum_1^k N_i \cdot \mu_i}{N_{cm}} = \sum_1^k n_i \mu_i. \quad (1.15)$$

Аналогічно можна знайти зв'язок між удаваною молекулярною масою μ_{cm} і масовою часткою компонентів g_i

$$\mu_{cm} = \frac{1}{\sum_1^k g_i / \mu_i}. \quad (1.16)$$

1.6.3. Газова постійна суміші

Відповідно до рівняння (1.4) газову постійну суміші можна виразити так:

$$R_{cm} = \frac{R_{\mu}}{\mu_{cm}}, \quad (1.17)$$

Підставивши значення μ_{cm} з (1.16) в (1.17), отримаємо рівняння для газової постійної суміші:

$$R_{cm} = \sum_1^k g_i R_i, \quad (1.18)$$

де $R_i = 8314 / \mu_i$.

1.6.4. Зв'язок між парціальними величинами

Запишемо рівняння стану для i -го газу та для всієї суміші:

$$p_i V_{cm} = N_i R_{\mu} T,$$

$$p_{cm} V_{cm} = N_{cm} R_{\mu} T.$$

З цих рівнянь випливає співвідношення між парціальним тиском і мольною часткою:

$$p_i = p_{cm} n_i. \quad (1.19)$$

Оскільки

$$g_i = \frac{M_i}{M_{cm}} = \frac{N_i \cdot \mu_i}{N_{cm} \mu_{cm}},$$

то зв'язок між значеннями g_i та n_i має наступний вигляд:

$$g_i = n_i \frac{\mu_i}{\mu_{cm}}. \quad (1.20)$$

Звідси легко бачити, що:

$$n_i = r_i. \quad (1.21)$$

1.6.5. Теплоємність суміші газів

Нехай суміш газів масою M_{cm} нагрівається від температури T_1 до T_2 . Кількість тепла, що підводиться до суміші, так само:

$$Q = c_{cm} M_{cm} (T_2 - T_1), \quad (1.22)$$

де c_{cm} – питома теплоємність суміші. З іншого боку, при відсутності взаємодії між компонентами суміші:

$$Q = \sum_1^k Q_i = \sum_1^k c_i M_i (T_2 - T_1), \quad (1.23)$$

де c_i – теплоємність i -го компонента суміші; Q_i – теплота, що підводиться до i -го компонента. З (1.22) та (1.23) випливає, що:

$$c_{cm} = \sum_1^k c_i g_i [3, 4]. \quad (1.24)$$

1 7. Запитання для самоконтролю

1. Що таке термодинамічна система і енергоізована термодинамічна система?
2. Дайте визначення і характеристику параметрів стану.

3. Що таке термодинамічний процес? Дайте визначення рівноважного і нерівноважного термодинамічних процесів.
4. Що таке парціальний тиск і парціальний об'єм для суміші газів? Як визначити значення газової сталої і теплоємності для газової суміші?
5. Дайте визначення закону Дальтона для суміші газів.
6. Що таке істинна і середня теплоємність? Вкажіть на зв'язок (графічний та аналітичний) між ними.
7. Який зв'язок між теплоємністю при постійному тиску і теплоємністю при постійній температурі для ідеальних газів?
8. Як виражаються газова стала, удавана молекулярна маса і теплоємність суміші газів через масову, мольну і об'ємну частку компонентів?

1.8. Задачі для самостійного розв'язування

1. Аеростат заповнений 4000 м^3 гелію за температури 17°C . Визначити підйомну силу аеростата, якщо атмосферний тиск дорівнює $1,02 \text{ бар}$, а температура повітря – 27°C . Маса оболонки аеростата 700 кг .
2. Роторний компресор всмоктує за 1 хв $0,8 \text{ м}^3$ повітря за тиску $0,98 \text{ бар}$ і температури 12°C і подає його в резервуар ємністю 15 м^3 , піднімаючи тиск в ньому до 5 бар за манометром, причому температура повітря в резервуарі підвищується з 12°C до 43°C . Визначити кількість повітря, що було подано в резервуар, час роботи компресора і його годинну продуктивність в кубічних метрах за нормальних фізичних умов. До початку роботи повітря в резервуарі мало параметри, однакові з параметрами зовнішнього повітря.
3. У резервуарі ємністю 12 м^3 , що містить в собі повітря для пневматичних робіт, тиск дорівнює 8 атм за манометром, за температури повітря 22°C . Після використання частини повітря для робіт його тиск знизився до 4 атм , а температура – до 17°C . Визначити, скільки повітря було витрачено. Барометричний тиск становить 1 атм .

4. Балон, який містить в собі кисень за тиску 118 атм за манометром і температури – 8 °С, перенесли в приміщення з температурою 28 °С. Який тиск буде в балоні, якщо газ нагріти до цієї температури? Атмосферний тиск дорівнює 1 атм.
5. Гранично дозволений тиск газу в балоні, перш ніж станеться вибух, становить 150 атм за манометром. У цьому балоні знаходиться газ за тиску 135 атм і температурі 18 °С. До якої температури допустимий нагрів газу?
6. У залізничній цистерні знаходився в'язкий мазут. Для того, щоб злити мазут в умовах морозної погоди, його потрібно було розігріти. Для цього через верхній люк цистерни опустили трубу, по якій подавали насичену водяну пару. Коли мазут було повністю злито, трубу з цистерни вийняли, а люк негайно герметично закрили. Через деякий час цистерну було зім'ято атмосферним тиском. Визначити сумарну результуючу силу F , прикладену до нижньої половини бічної поверхні цистерни. Відомо, що після конденсації усієї пари в цистерні утворився вакуум $P_{vac} = 700$ мм рт.ст. Барометричний тиск $P_B = 0,1$ МПа. Розміри цистерни вказані на рис.1.1.

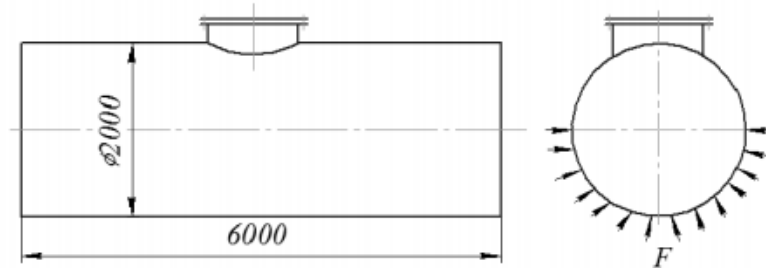


Рис.1.1. Параметри цистерни

7. Масовий склад газової суміші наступний: водню H_2 – 4%, метану CH_4 – 40%, етилену C_2H_4 – 20%, вуглекислоти CO_2 – 12%, азоту N_2 – 24%. Визначити молекулярну масу, газову сталу, густину, питомий об'єм суміші та і парціальні тиски компонентів. Тиск суміші дорівнює 1,5 бар, температура – 27 °С.

8. Вивести формулу мольної теплоємності за сталого тиску для суміші з наступним складом: CO_2 – 10%, O_2 – 20%, N_2 – 45%, H_2 – 5%, H_2O – 20%. При виведенні використовувати залежність теплоємності від кількості ступенів свободи молекул.
9. Газ, що одержують у газогенераторі в ході високотемпературної перегонки горючих сланців, має наступний температурний склад: водень H_2 – 38%, окис вуглецю CO – 15%, метан CH_4 – 18%, бутан C_4H_{10} – 4%, вуглекислота CO_2 – 15%, азот N_2 – 9%, кисень O_2 – 1%. Газ знаходиться за температури 27°C і тиску 7 бар в резервуарі об'ємом 500 м^3 . Яку кількість газу було витрачено, якщо тиск зменшився до 4 бар, а температура – до 17°C ?
10. Скільки молекул кисню міститься в посудині об'ємом $V = 100\text{ см}^3$, якщо при хаотичному русі із середньою квадратичною швидкістю $v_{\text{кв}} = 400\text{ м/с}$, молекули газу чинять на стінки посудини тиск $P = 9,8\text{ Н/см}^2$?
11. У двох посудинах об'ємом $V_1 = 3\text{ л}$ і $V_2 = 5\text{ л}$ знаходяться відповідно азот під тиском $P_1 = 1\text{ атм}$ і окис вуглецю під тиском $P_2 = 5\text{ атм}$. Судини з'єднують тонкою трубкою, об'ємом якої можна знехтувати. Знайти тиск суміші, якщо початкова температура обох газів дорівнює температурі навколишнього середовища.
12. В камері газотурбінної установки спалюється газ, який має наступний об'ємний склад: метан CH_4 – 94%, етан C_2H_6 – 1,2%, пропан C_3H_8 – 0,7%, бутан C_4H_{10} – 0,4%, пентан C_5H_{12} – 0,2%, вуглекислота CO_2 – 0,2%, азот N_2 – 3,3%. Визначити удавану молярну масу, питому газову сталу і густину газу при нормальних фізичних умовах. Розрахувати діаметр газопроводу, якщо часова витрата газу дорівнює 1000 м^3 , температура газу становить 27°C , тиск – 850 мм. рт. ст., а швидкість газу в газопроводі складає 10 м/с .

РОЗДІЛ 2. ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

I ТЕРМОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ

2.1. ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

Закон збереження і перетворення енергії вказує, що енергія не зникає і не виникає, вона лише переходить з одного виду в інший в строго еквівалентних кількостях. Важливо підкреслити, що закон збереження і перетворення енергії стверджує не збереження енергії взагалі, а її *збереження при перетвореннях з однієї форми в іншу*.

Перший закон термодинаміки є окремим випадком закону збереження і перетворення енергії стосовно теплових процесів в термодинамічних системах. З першого закону термодинаміки випливає, що якщо система (тіло) є *ізолюваною*, тобто вона не обмінюється енергією з навколишнім середовищем, то її внутрішня енергія не змінюється. Інакше кажучи, *внутрішня енергія ізолюваної системи постійна*. Зміна енергії системи (тіла) можлива лише при *енергообміні* з навколишнім середовищем, тобто, при підводі (або відведенні) до термодинамічної системи теплоти або роботи.

Зміна енергії системи призводить до зміни її стану. Отже, кожному стану системи відповідає цілком певна величина внутрішньої енергії. Таким чином, внутрішня енергія системи є *однозначною функцією її стану*.

Розглянемо підведення теплоти Q до робочого тіла, що знаходиться в циліндрі з поршнем (рис. 2.1). Робоче тіло при розширенні переміщує поршень з положення 1 в положення 2 і виконує роботу L проти зовнішніх сил. Повний обмін енергією між робочим тілом і навколишнім середовищем дорівнює $Q - L$, а вся енергія дорівнює зміні внутрішньої енергії робочого тіла:

$$Q - L = \Delta U$$

або

$$Q = \Delta U + L, \quad (2.1)$$

де $\Delta U = U_2 - U_1$; U_1 та U_2 – величини внутрішньої енергії робочого тіла в початковому і кінцевому станах.

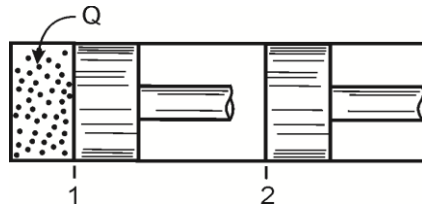


Рис. 2.1. Робоче тіло в циліндрі з поршнем. «1» та «2» – положення поршня

Співвідношення (2.1) являє собою *математичний вираз першого закону термодинаміки в загальній формі*. З нього випливає, що якщо в будь-якому процесі тіло отримує (або віддає) теплоту Q і виконує роботу L зі зміною внутрішньої енергії на величину ΔU , то алгебраїчна сума цих величин повинна дорівнювати нулю. Якщо в рівнянні (2.1) всі величини віднести до 1 кг маси робочого тіла, то отримаємо наступне рівняння:

$$q = \Delta u + l, \quad (2.2)$$

або в диференційній формі:

$$\delta q = dU + \delta l \text{ [1, 2, 3, 4, 6]}. \quad (2.3)$$

2.2. ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ

Під внутрішньою енергією термодинамічної системи розуміють енергію, яка міститься в самій системі. *Внутрішня енергія* тіла включає суму кінетичної енергії поступального, обертального і коливального руху молекул, кінетичну енергію коливального руху атомів молекули щодо один одного і потенціальну енергію сил взаємодії молекул, тобто $u = u_{\text{кін}} + u_{\text{пот}}$. Енергія електронних оболонок атомів і внутрішньоядерна енергія в термодинамічних процесах не враховуються і в поняття внутрішньої

енергії *не включаються*. Внутрішня енергія *ідеального газу* включає тільки кінетичну енергію молекул і атомів газу, а в *реальних газах* слід враховувати також і потенціальну енергію міжмолекулярної взаємодії частинок.

Як випливає з молекулярно-кінетичної теорії газів, кінетична енергія поступального руху молекул і атомів є однозначною функцією температури (п. 1.2). Потенціальна енергія реального газу визначається силами взаємодії між молекулами і залежить від середньої відстані між молекулами, тобто від об'єму або тиску газу.

Виходячи із завдань та методів термодинаміки, немає необхідності детально визначати окремі складові енергії мікрочастинок і знати абсолютне значення внутрішньої енергії. Важливо знати лише зміну внутрішньої енергії тіла (системи) в досліджуваному процесі. Тому, в кожному випадку розглядається зміна лише тієї складової внутрішньої енергії, яка зазнає змін. У техніці важливо знати не абсолютне значення внутрішньої енергії, а її зміну в термодинамічних процесах. В ідеальному газі при відсутності будь-яких реакцій зміна внутрішньої енергії $\Delta u = \Delta u_{\text{кін}}$, а в реальному газі $\Delta u = \Delta u_{\text{кін}} + \Delta u_{\text{пот}}$.

Внутрішня енергія, як зазначалося, є функцією стану, отже, вона визначається завданням двох параметрів стану, тобто $u = f(p, T)$, $u = \varphi(p, v)$, або $u = \psi(v, T)$. Тому якщо тіло переходить зі стану 1 (p_1, T_1) в стан 2 (p_2, T_2), то незалежно від шляху термодинамічного процесу, зміна внутрішньої енергії завжди однакова:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = f(p_2, T_2) - f(p_1, T_1). \quad (2.4)$$

Якщо розглянути різні термодинамічні процеси *a*, *b* і *c* (рис. 2.2), що мають спільні початкові і кінцеві стани, але різний шлях, то для всіх процесів зміна внутрішньої енергії буде однаковою:

$$\Delta u_a = \Delta u_b = \Delta u_c = \int_1^2 du = u_2 - u_1 .$$

У кругових процесах (циклах), в результаті яких тіло повертається в початковий стан, зміна внутрішньої енергії дорівнює нулю:

$$\Delta u = \oint du = 0 .$$

Таким чином, для внутрішньої енергії характерно те, що її зміна не залежить від шляху процесу, а визначається тільки *початковим і кінцевим станом тіла (системи)*. Будь-яка термодинамічна функція, що володіє цією властивістю, називається *функцією стану*. Термодинамічні функції, для яких вказана умова не виконується, є *функціями процесу*.

Розглянемо *внутрішню енергію ідеального газу*. Вище було зазначено, що для ідеального газу

$$\Delta u = \Delta u_{\text{кін.}} .$$

Внутрішня кінетична енергія, як відомо, залежить тільки від температури. Тому для ідеального газу:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = f(T_2) - f(T_1). \quad (2.5)$$

Розглянемо декілька процесів переходу ідеального газу з стану 1 з температурою T_1 в стани 2, 2', 2'', 2''', які характеризуються однаковою температурою T_2 (ізотерма на *рис. 2.3*). В усіх процесах (позначимо їх v , d , e , p) температури T_1 та T_2 однакові, тому однакова й зміна внутрішньої енергії:

$$\Delta u_v = \Delta u_d = \Delta u_e = \Delta u_p , \quad (2.6)$$

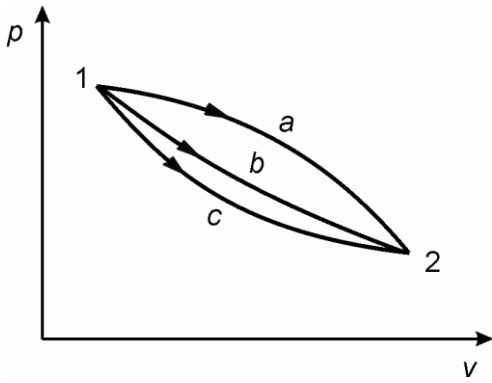


Рис. 2.2. Термодинамічні процеси в p - v діаграмі. a , b , c – термодинамічні процеси

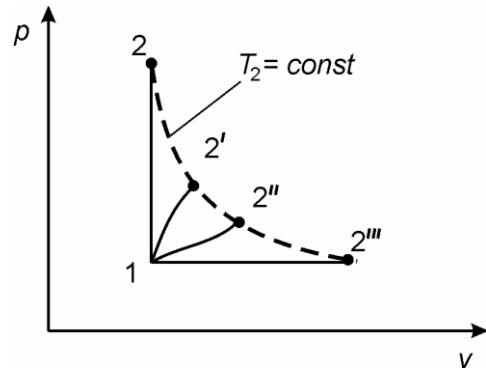


Рис. 2.3. Термодинамічні процеси в p - v діаграмі з однаковими початковою T_1 та кінцевою T_2 температурами

Розглянемо процес $1 - 2$. В ньому $v = \text{const}$ і, відповідно, питома робота $l = 0$. Тому згідно (2.2) маємо $q_v = \Delta u_v$, але так як $q_v = c_v (T_2 - T_1)$, то:

$$\Delta u_v = c_v (T_2 - T_1), \quad (2.7)$$

Таким чином, на основі рівнянь (2.6) та (2.7) для ідеального газу можна записати $\Delta u_v = \Delta u_p = \Delta u_d = \Delta u_e = c_v (T_2 - T_1) = c_v \cdot \Delta T$. Відповідно, зміна внутрішньої енергії ідеального газу в усіх розглянутих процесах дорівнює:

$$\Delta u = c_v \Delta T, \quad (2.8)$$

або в диференційній формі

$$du = c_v dT \quad (2.9)$$

Оскільки для ідеального газу $c_v = \text{const}$, то зміна внутрішньої енергії в термодинамічному процесі пропорційна зміні температури в ньому [3, 4].

2.3. РОБОТА І ТЕПЛОТА ПРОЦЕСУ

Як зазначалося вище, робота і теплота є двома різними формами обміну енергією.

2.3.1. Робота

Розглянемо рівноважний процес розширення газу в циліндрі з поршнем. Нехай зміна стану газу в циліндрі зображується в координатах p , v кривою 1-2 (рис. 2.4). Газ, розширюючись, здійснює роботу проти зовнішніх сил. Неважко бачити, що при нескінченно малому переміщенні поршня на відстань dx робота, що здійснюється газом, дорівнює:

$$\delta L = p \cdot F \cdot dx = p \cdot dV,$$

де F – площа поршня. Повна робота, що здійснюється газом в процесі 1-2, обчислюється з рівняння $L = \int_{v_1}^{v_2} p dV$.

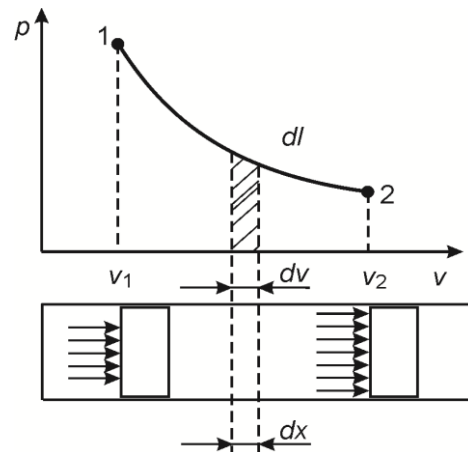


Рис. 2.4. Термодинамічний процес в p - v діаграмі (циліндр з поршнем)

Для 1 кг газу питома робота дорівнює:

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv, \quad (2.10)$$

а в елементарному процесі:

$$\delta l = p \cdot dv, \quad (2.11)$$

де v – питомий об'єм. Очевидно, що питома робота l в p – v координатах, еквівалентна площі v_1 -1-2- v_2 , що розташована під кривою термодинамічного процесу 1-2.

В термодинаміці газових потоків прийнято наступне правило знаків: робота, що здійснюється робочим тілом над зовнішнім середовищем (робота розширення, $dv > 0$), вважається додатньою, а робота, що здійснюється зовнішнім середовищем над робочим тілом (робота стиснення, $dv < 0$) – негативною.

Розглянемо два процеси переходу тіла зі стану 1 в стан 2 (рис. 2.5). Хоча в процесах a і b вихідні і кінцеві стани тіла однакові, але величина роботи в цих процесах різна. Таким чином, величина роботи залежить від шляху процесу, тобто вона є *функцією процесу*. З урахуванням (2.11) рівняння першого закону термодинаміки можна представити наступним чином:

$$\delta q = du + p \cdot dv, \quad (2.12)$$

а для ідеального газу з урахуванням (2.9):

$$\delta q = c_v \cdot dT + p \cdot dv. \quad (2.13)$$

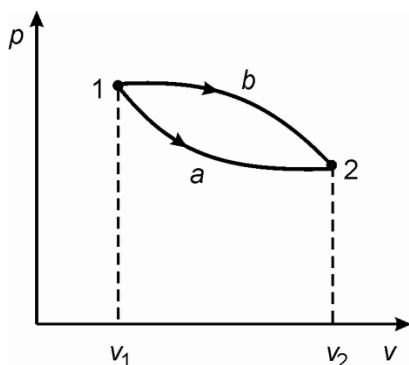


Рис. 2.5. Термодинамічні процеси a і b з однаковими початковими та кінцевими параметрами

Аналогічні вирази можна отримати і для рівнянь першого закону термодинаміки в інтегральній формі.

2.3.2. Теплота

Так як питома робота l залежить від шляху процесу, а величина Δu не залежить від нього, то з (2.2) випливає, що *теплота є функцією процесу, тобто її величина залежить від шляху термодинамічного процесу*. В термодинаміці газових потоків прийнято наступне правило знаків: теплота, підведена до тіла, вважається *додатньою*, а відведена від нього – *від'ємною*.

Визначення кількості теплоти – важливий елемент розрахунку термодинамічного процесу. Найбільш просто ця задача вирішується при постійній теплоємності процесу:

$$q = c \cdot (T_2 - T_1). \quad (2.14)$$

У разі змінної теплоємності можливі різні способи розрахунку.

Розрахунок за допомогою формул теплоємності. З (1.5) випливає:

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c dT. \quad (2.15)$$

Підставивши значення істинної теплоємності $c = a + b \cdot t + d \cdot t^2$ в рівняння (2.15) і проінтегрувавши його, отримаємо

$$q = a(T_2 - T_1) + \frac{b}{2}(T_2^2 - T_1^2) + \frac{d}{3}(T_2^3 - T_1^3). \quad (2.16)$$

Розрахунок з використанням значень середніх теплоємностей. 3

(1.6) впливає:

$$q = c_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) = c_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - c_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0).$$

Якщо перейти від градусів Кельвіна до градусів Цельсія і використовувати в якості початкового значення температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$, то матимемо:

$$q = c_{t_0}^{t_2} t_2 - c_{t_0}^{t_1} t_1. \quad (2.17)$$

Для розрахунку за рівнянням (2.17) необхідні дані по середнім значенням теплоємності $c_{t_0}^t$, які представлені у вигляді таблиць, графіків і т.д.

Розрахунок з використанням істинної теплоємності. Для багатьох газів в досить широкому інтервалі температур залежність теплоємності від температури є практично лінійною: $c = a + b \cdot T$. Підставивши це рівняння в (2.15) і проінтегрувавши його, отримаємо:

$$q = \left(a + b \frac{T_2 + T_1}{2} \right) (T_2 - T_1)$$

Тут перший співмножник являє собою істинну теплоємність при середній температурі $T_{\text{ср.}} = 0,5 \cdot (T_2 + T_1)$. Отже, в даному випадку теплота може бути знайдена за формулою:

$$q = c_{T_{\text{ср.}}} (T_2 - T_1), \quad (2.18)$$

де $c_{T_{cp}}$ – істинна теплоємність при температурі T_{cp} . Зазначені способи врахування змінності теплоємності можуть бути використані не тільки для визначення величини q , а й для знаходження інших величин, наприклад, зміни внутрішньої енергії.

Наостанок відзначимо, що при визначенні теплоти процесу слід використовувати величину теплоємності, яка відповідає даному процесу. Наприклад, для процесу $p = const$ при сталій теплоємності маємо: $q = c_p (T_2 - T_1)$, а для процесу $v = const$: $q = c_v (T_2 - T_1)$ [4].

2.4. ЕНТАЛЬПІЯ

Ентальпією називається термодинамічна функція, що дорівнює сумі внутрішньої енергії та добутку $p \cdot v$:

$$i = u + p \cdot v. \quad (2.19)$$

Величина $p \cdot v$ є роботою, яку необхідно виконати для введення тіла об'ємом v в зовнішнє середовище, з тиском p . Оскільки в правій частині обидва доданки є функціями стану, то ентальпія також є *функцією стану*.

З (2.19) випливає:

$$di = du + d(p \cdot v) . \quad (2.20)$$

Для ідеального газу $p \cdot v = R \cdot T$ та $du = c_v \cdot dT$, тому, в даному випадку маємо

$$di = c_p \cdot dT , \quad (2.21)$$

$$\Delta i = i_2 - i_1 = c_p (T_2 - T_1) . \quad (2.22)$$

Підставляючи du з (2.20) в (2.12) отримаємо інший запис рівняння першого закону термодинаміки:

$$\delta q = di - v \cdot dp, \quad (2.23)$$

Останній вираз для ідеального газу з урахуванням (2.21) можна також записати як:

$$\delta q = c_p dT - v \cdot dp [3, 4]. \quad (2.24)$$

2.5. ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Основними завданнями дослідження термодинамічних процесів є *вивчення закономірностей зміни стану робочого тіла і виявлення особливостей перетворення енергії*. Останнє пов'язано з визначенням теплоти, роботи і зміни внутрішньої енергії в термодинамічному процесі. При дослідженні термодинамічних процесів розглядаються *рівноважні процеси*, оскільки тільки в цьому випадку вони можуть бути описані відповідними термодинамічними рівняннями. Методика дослідження процесів передбачає вирішення таких питань:

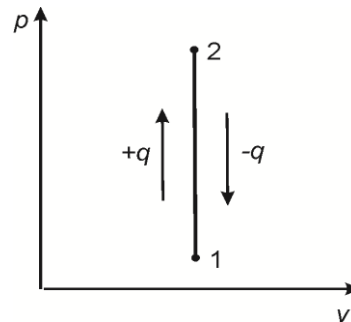
- встановлення рівняння процесу;
- знаходження зв'язку між параметрами стану в процесі, що досліджується;
- визначення теплоти, роботи, зміни внутрішньої енергії та ентальпії в процесі.

Для термодинамічного дослідження різних енергетичних систем велике значення мають закономірності *основних термодинамічних процесів*, які розглянуті нижче [1, 3, 4].

2.6. ІЗОХОРНИЙ ПРОЦЕС

Ізохорними називаються термодинамічні процеси, що протікають в системі при постійному об'ємі. Рівнянням ізохорного процесу є рівняння $v = \text{const}$, а його графіком – вертикаль на p - v діаграмі (рис. 2.6). Очевидно, що процес 1-2 (рис. 2.6) супроводжується підведенням теплоти до газу ($+q$), а процес 2-1 – відведенням ($-q$).

Рис. 2.6. Ізохорний процес в p – v діаграмі



З рівнянь стану, записаних для початкового та кінцевого станів газу в цьому процесі, $p_1 v = R \cdot T_1$ та $p_2 \cdot v = R \cdot T_2$, випливає:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.25)$$

Оскільки при $v = \text{const}$, питома робота процесу l дорівнює 0, то підведена теплота:

$$q = \Delta u = c_v (T_2 - T_1). \quad (2.26)$$

Отже, в ізохорному процесі вся теплота, підведена до газу, йде на зміну його внутрішньої енергії [1, 3, 4].

2.7. ІЗОБАРНИЙ ПРОЦЕС

Ізобарними називаються процеси, що протікають при сталому тиску. Рівняння ізобарного процесу $p = \text{const}$, а його графік в системі координат $p-v$ являє собою горизонталь (рис. 2.7). Для ізобарного процесу $p \cdot v_1 = R \cdot T_1$ і $p \cdot v_2 = R \cdot T_2$. З цих рівнянь випливає:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.27)$$

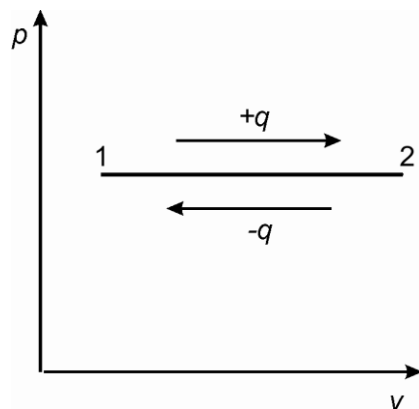


Рис. 2.7. Ізобарний процес в $p - v$ діаграмі

Отже, в ізобарному процесі збільшення об'єму газу супроводжується підвищенням його температури. В процесі ізобарного розширення одночасно з виконанням роботи відбувається зростання внутрішньої енергії газу, тому процес ізобарного розширення (1-2 на рис. 2.7) супроводжується підведенням теплоти, а процес ізобарного стиснення (2-1) – відведенням. Зміна внутрішньої енергії і підведена теплота в ізобарному процесі дорівнюють:

$$\Delta u = c_v (T_2 - T_1), \quad (2.28)$$

$$q = c_p (T_2 - T_1). \quad (2.29)$$

Оскільки $p = \text{const}$, то з (2.10) слідує:

$$l = p (v_2 - v_1) \quad , \quad (2.30)$$

або, з урахуванням рівняння стану:

$$l = R (T_2 - T_1). \quad (2.31)$$

З останнього виразу випливає важливий висновок, що *індивідуальна газова стала ідеального газу чисельно дорівнює роботі 1 кг газу в ізобарному процесі при зміні температури газу на один градус.*

Поставивши в рівняння першого закону термодинаміки значення l з (2.30), отримаємо

$$q = u_2 - u_1 + p (v_2 - v_1) = i_2 - i_1. \quad (2.32)$$

Отже, *теплота, підведена або відведена в ізобарному процесі чисельно дорівнює зміні ентальпії робочого тіла.* Оскільки в даному випадку не зроблено жодних припущень про властивості робочого тіла, то рівняння (2.32) вірно для всіх речовин [1, 3, 4].

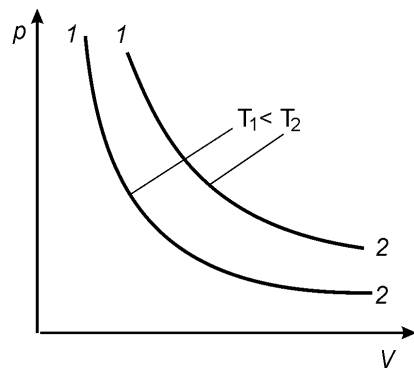
2.8. ІЗОТЕРМІЧНИЙ ПРОЦЕС

Ізотермічними називаються процеси, що протікають при сталій температурі. Рівняння процесу випливає з рівняння стану ідеального газу при $T = \text{const}$ та має вид:

$$p \cdot v = \text{const}. \quad (2.33)$$

Графіком цього процесу в системі координат $p - v$ є рівнобічна гіпербола (рис. 2.8). З рівняння процесу (2.33) випливає:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2} \quad (2.34)$$


 Рис. 2.8. Ізотермічний процес в $p - v$ діаграмі

Так як в ізотермічному процесі $dT = 0$, то у випадку ідеального газу зміна внутрішньої енергії du дорівнює нулю ($du = 0$). Оскільки в ізотермічному процесі внутрішня енергія ідеального газу не змінюється, то *вся теплота, що підводиться до ідеального газу в ізотермічному процесі іде на виконання зовнішньої роботи* ($q = l$). Поточне значення тиску дорівнює $p = \frac{p_1 v_1}{v}$. Підставляючи останній вираз в (2.10) та інтегруючи його, отримаємо:

$$l = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (2.35)$$

Так як $p_1 v_1 = RT$, то:

$$l = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (2.35^*)$$

Оскільки в даному випадку $q = l$, то вирази (2.35) та (2.35*) визначають як роботу, так і теплоту в ізотермічному процесі. Оскільки $dT = 0$, а $\delta q \neq 0$, теплоємність ізотермічного процесу $c = \frac{\delta q}{dT} = \pm \infty$ [1, 3, 4].

2.9. АДІАБАТНИЙ ПРОЦЕС

Адіабатним називаються процеси, що протікають при відсутності теплообміну з навколишнім середовищем ($q = 0$; $\delta q = 0$). З рівнянь першого закону термодинаміки в формі (2.13) і (2.24) при $\delta q = 0$ випливає:

$$c_v \cdot dT = -p dv, \quad c_p dT = v \cdot dp.$$

Розділивши друге рівняння на перше, отримаємо:

$$k = -\frac{v}{p} \frac{dp}{dv}, \quad \text{або} \quad k \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0, \quad (2.36)$$

де $k = c_p/c_v$ – показник адіабати. Вважаючи $k = \text{const}$, знайдемо з останнього рівняння $k \ln v + \ln p = \text{const}$ або остаточно:

$$p \cdot v^k = \text{const}. \quad (2.37)$$

Оскільки $k > 1$, порівняння виразів (2.33) та (2.37) показує, що адіабата (графік адіабатного процесу) протікає крутіше ніж ізотерма (рис. 2.9) та є *нерівносторонньою гіперболою*.

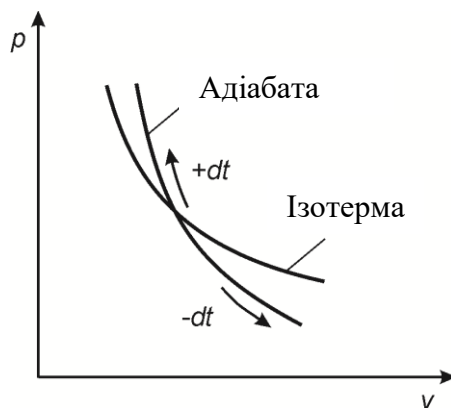


Рис. 2.9. Адіабата й ізотерма в $p - v$ діаграмі

Знайдемо зв'язок між параметрами стану в адіабатному процесі. З (2.37) випливає:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k \quad (2.38)$$

З рівняння стану ідеального газу з урахуванням (2.38) також випливає:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (2.39)$$

Так як $q = 0$, то:

$$l = - \Delta u, \quad (2.40)$$

тобто, в адіабатному процесі робота газу виконується за рахунок зміни його внутрішньої енергії. Тому адіабатне розширення газу супроводжується зменшенням його температури, а стиснення – підвищенням.

Знайдемо вираз для роботи адіабатного процесу. Оскільки:

$$\Delta u = c_v (T_2 - T_1), \quad (2.41)$$

то

$$l = - \Delta u = c_v (T_1 - T_2). \quad (2.42)$$

Так як

$$c_v = \frac{R}{k-1}, \quad (2.43)$$

тоді:

$$l = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2), \quad (2.44)$$

або з урахуванням рівняння стану ідеального газу

$$l = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (2.45)$$

2.9.1. Показник адіабати

Показник адіабати записується так:

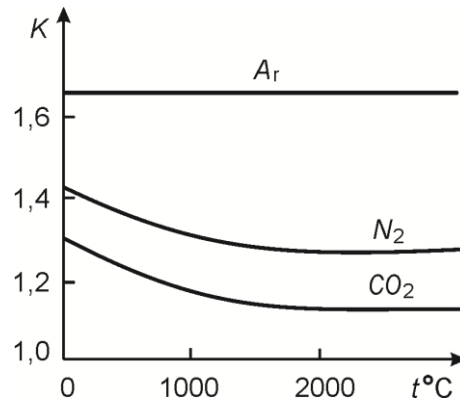
$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_{p\mu}}{c_{v\mu}} = 1 + \frac{R_\mu}{c_{v\mu}}, \quad (2.46)$$

або

$$k = \frac{1}{1 - R_\mu / c_{p\mu}}, \quad (2.47)$$

Зі співвідношення (2.46) видно, що величина k зменшується з ростом атомності газу (збільшення $c_{p\mu}$). Для одноатомних газів показник k слабо змінюється з ростом температури, у дво- та трьохатомних газів показник k падає (рис. 2.10) через збільшення теплоємності. При нормальній температурі у більшості двоатомних газів $k = 1,4$, а у трьохатомних – $k = 1,29 - 1,33$ [1, 3].

Рис. 2.10. Залежність показника адіабати k від температури для різних газів



2.10. ПОЛІТРОПНІ ПРОЦЕСИ

До *політропних* відносяться термодинамічні процеси, що задовольняють рівнянню:

$$p \cdot v^n = \text{const}, \quad (2.48)$$

де $n = (c - c_p)/(c - c_v)$ — показник політропи. Для конкретного політропного процесу величина n стала, але в різних політропних процесах показник політропи може бути різним (в межах $\pm \infty$).

2.10.1. Співвідношення політропного процесу

За аналогією з адіабатним процесом з рівняння (2.48) можна отримати співвідношення між параметрами політропного процесу:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n; \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}}; \quad \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{n-1}}. \quad (2.49)$$

Також за аналогією з адіабатним процесом робота політропного процесу дорівнює:

$$l = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2), \quad (2.50)$$

або з урахуванням рівняння стану ідеального газу:

$$l = \frac{1}{n-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2), \quad (2.51)$$

Підведена теплота і зміна внутрішньої енергії в політропному процесі визначаються рівняннями:

$$q = c (T_2 - T_1), \quad (2.52)$$

$$\Delta u = c_v (T_2 - T_1). \quad (2.53)$$

Політропний процес є узагальнюючим по відношенню до основних термодинамічних процесів. З рівняння (2.48) можуть бути отримані рівняння для різних термодинамічних процесів: ізотермічного ($n = 1$), ізобарного ($n = 0$), адіабатного ($n = k$) та ізохоричного ($n = \pm \infty$).

2.10.2. Теплоємність політропного процесу

Підставляючи значення l , q і Δu з (2.50), (2.52) і (2.53) в рівняння першого закону термодинаміки, отримаємо:

$$c = c_v - \frac{R}{n-1},$$

або:

$$c = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (2.54)$$

Видно, що теплоємність в політропному процесі має цілком певну величину, що залежить від значень c_v , k та n . Причому, в залежності від показника політропи, теплоємність може бути додатньою або від'ємною, а в окремих випадках дорівнює нулю (в адіабатному процесі) або нескінченності (в ізотермічному процесі).

2.10.3. Політропні процеси в p - v діаграмі

Якщо на p - v діаграмі вибрати деяку точку O і провести з неї функції основних термодинамічних процесів як в сторону розширення ($dv > 0$), так і в бік стиснення ($dv < 0$), то діаграма розділиться на кілька областей. У кожній області розташовані процеси, об'єднані подібністю певних властивостей (рис. 2.11):

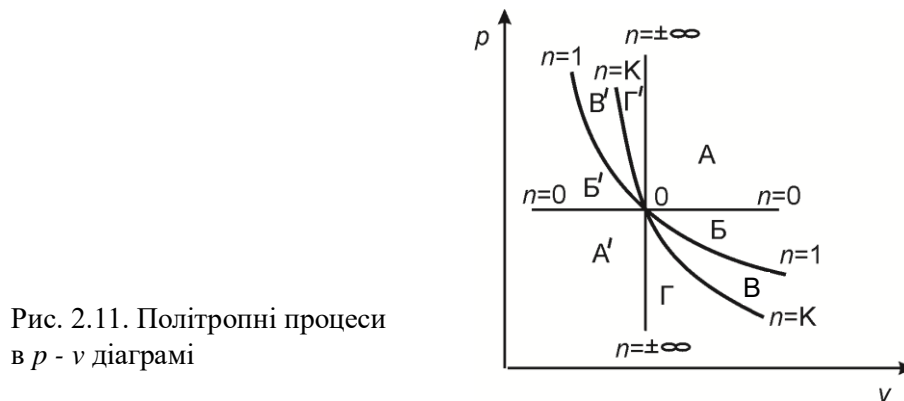


Рис. 2.11. Політропні процеси в p - v діаграмі

1. В областях A та A' розташовуються політропні процеси, які виходять з точки O , у яких $0 > n > -\infty$, в областях B і B' : $1 > n > 0$, в областях B і B' : $k > n > 1$ і в областях Γ і Γ' : $\infty > n > k$.
2. Всі процеси, які виходять з точки O і розташовані правіше ізохори (в областях A , B , B , Γ), здійснюють додатню роботу (тут $dv > 0$), а розташовані лівіше ізохори (області A' , B' , B' , Γ') – від'ємну (тут $dv < 0$).
3. Всі процеси, які виходять з точки O і розташовані вище ізотерми (області B' , Γ' , A , B), протікають з ростом температури, а, отже, з ростом внутрішньої енергії, а процеси, розташовані нижче ізотерми (області B , Γ , A' , B') – зі зниженням T і u . Це обумовлено тим, що, стан газу в точках

p - v діаграми, що лежать вище ізотерми, яка виходить із точки O , відповідає умові $T > T_0$.

4. Всі процеси, що виходять з точки O і розташовані вище адіабати (області Γ', A, B, B), протікають з підведенням теплоти, а розташовані нижче адіабати (області Γ, A', B', B') – з відведенням теплоти. Наприклад, ізотермічне розширення газу йде з підведенням теплоти, причому ізотерма розширення розташована вище адіабати [1, 3, 4].

2.11. ОБОРОТНІ ТА НЕОБОРОТНІ ПРОЦЕСИ

Одним з важливих понять термодинаміки, взагалі, і термодинаміки газових потоків, зокрема, є поняття *оборотних і необоротних процесів*. Процес переходу системи зі стану 1 в стан 2 є оборотним, якщо повернення цієї системи зі стану 2 в початковий стан 1 може бути здійснено таким чином, що в результаті прямого і зворотного процесу в зовнішньому середовищі не відбудеться ніяких змін. Якщо ж в результаті прямого і зворотного процесу у зовнішньому середовищі зміни відбуваються, то такий прямий процес є *необоротним*.

Для з'ясування особливостей оборотних і необоротних процесів і встановлення їх ознак розглянемо деякі приклади.

Рівноважне розширення газу в циліндрі без тертя (рис. 2.12).

Приймемо, що в циліндрі знаходиться 1 кг газу і його розширення відбувається ізобарно ($1 - 2$). Газ, розширюючись під дією тиску p , піднімає поршень вагою $P_n = pF$, де F – площа поршня. Робота, що здійснюється газом в цьому процесі, дорівнює: $l_{1-2} = p \cdot F \cdot h = p (v_2 - v_1)$, а теплота, підведена до газу, – $q_{1-2} = c_p (T_2 - T_1)$. При виконанні процесу в зворотному напрямку ($2 - 1$) для повернення системи в початковий стан вантаж, опускаючись, виконає над газом точно таку ж роботу $l_{2-1} = l_{1-2}$, і в навколишнє середовище буде відведено тепло $q_{2-1} = q_{1-2}$. Тут розглядаються абсолютні величини l і q .

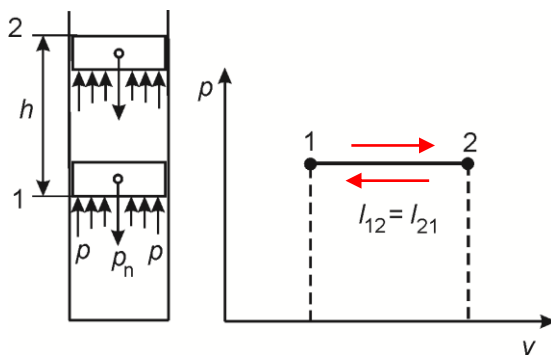


Рис. 2.12. Рівноважне розширення газу в циліндрі без тертя

Таким чином, в результаті прямого (1 - 2) і зворотного (2 - 1) процесів система (газ-поршень) повернеться в початковий стан, причому в зовнішньому середовищі не відбудеться ніяких змін, оскільки робота і теплота в прямому і зворотному процесах однакові за величиною. Отже, даний процес розширення газу є *оборотним*. Очевидно, що такий результат може бути отриманий лише за умови *рівноважного* (квазістатичного) протікання процесу, коли сила тиску газу на поршень дорівнює силі, з якою поршень стискає газ. Отже, важливою умовою оборотного процесу є його *рівноважність*.

Розширення газу в циліндрі при наявності тертя поршня об стінки циліндра ($p = \text{const}$). Нехай тиск газу буде таким самим, як і в попередньому випадку при оборотному розширенні газу. Тоді вага поршня P_n^* , який може бути піднятий, буде меншою $P_n^* = P_n - P_{тр}$, де $P_{тр}$ – сила тертя. Корисна робота, здійснена газом в цьому випадку, буде дорівнювати $l_{1-2}^* = P_n^* h$. Очевидно, що за абсолютною величиною вона менше, ніж за відсутності тертя $l_{1-2}^* < l_{1-2}$. Робота, яку треба виконати, щоб повернути систему в початковий стан, повинна дорівнювати:

$$l_{2-1}^* = (p \cdot F + P_{тр}) h .$$

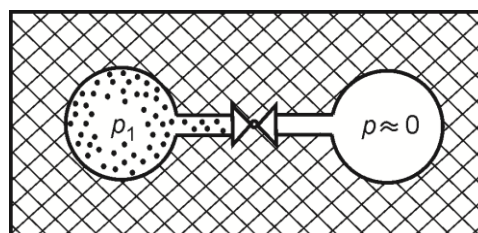
Зі сказаного випливає, що $l_{2-1}^* > l_{1-2}^*$, тобто для повернення системи в початковий стан в зворотному процесі повинна бути виконана додаткова робота $\Delta l^* = l_{2-1}^* - l_{1-2}^*$, що неминуче призведе до зміни стану зовнішнього середовища. Отже, даний процес є *необоротним*.

З наведеного прикладу можна бачити характерну особливість необоротного процесу, яка полягає в тому, що корисна робота в цьому процесі менша від тієї, яку можна було б отримати при оборотному протіканні процесу на величину $\Delta l = l_{1-2} - l_{1-2}^*$. Втрата роботи при необоротних процесах, пов'язана з їх необоротністю, називається *дисипацією* (розсіюванням) енергії. Відповідно до першого закону термодинаміки загальна кількість енергії при цьому не зменшується, проте *працездатність системи через необоротність процесу зменшується*.

Тертя викликає необоротність будь-яких механічних процесів. В якості іншого такого прикладу можна навести течію газу або рідини з тертям, тому що тертя в потоці завжди призводить до дисипації енергії, хоча і не зменшує загальний запас енергії потоку (робота тертя переходить в теплоту). Однак величина корисної роботи, яку газ здатний виконати при цьому, стає менше. Ефекти, (наприклад, тертя), що роблять процеси необоротними, називаються *дисипативними*.

Розширення газу в вакуум. Розглянемо ізольовану систему, показану на *рис. 2.13*. Спочатку газ з тиском p_1 займає лівий резервуар, а правий резервуар практично порожній ($p \approx 0$). Якщо відкрити вентиль, то газ, розширюючись, буде перетікати в правий резервуар. Після встановлення рівноваги тиск газу стане однаковим в обох резервуарах і рівним $p_2 < p_1$. Очевидно, що газ, розширюючись, не виконує ніякої корисної роботи. Однак для повернення системи в початковий стан, тобто для повернення всього газу в лівий резервуар, необхідно виконати некомпенсовану роботу стиснення, підведену ззовні. Отже, даний процес є *необоротним*.

Рис. 2.13. Два резервуари з газом в ізольованій системі. Розширення у вакуумі



Передача теплоти від тіла з вищою температурою до тіла з меншою температурою. Багатовікова практика людства показує, що якщо передача тепла від гарячого тіла до холодного може проходити спонтанно, то зворотний перехід можливий лише при витраті енергії ззовні, тобто при зміні стану зовнішнього середовища. Таким чином, охолодження тіла є необоротним процесом.

Протікання електричного струму по провідниках. Воно супроводжується необоротними втратами електроенергії на подолання електричного опору (виділення джоулевої теплоти).

Важливо мати на увазі, що будь-який мимовільний процес (розширення газу у вакуум, передача теплоти від гарячого тіла до холодного) є необоротним. Дійсно, будь-який мимовільний процес протікає до тих пір, поки в системі не встановиться рівновага. *Система, що досягла рівноважного стану, не здатна до мимовільного виходу з цього стану*; інакше кажучи, зворотний процес по відношенню до даного мимовільного може бути здійснений лише шляхом підведення енергії ззовні, що пов'язано зі зміною стану зовнішнього середовища. Сказане підтверджує, що *будь-який мимовільний процес є необоротним*. Разом з тим зауважимо, що самовільні процеси, як це впливає зі сказаного, є нерівноважними, бо мимовільне протікання процесу можливе лише *при відсутності рівноваги в системі*.

Слід зауважити, що всі процеси, що протікають в природі або в технічних пристроях, в тій чи іншій мірі є *необоротними* через кінцеву швидкість їх протікання (що веде до нерівноважності) або через наявність дисипативних ефектів, наприклад, тертя. Тому оборотні процеси по відношенню до реальних необоротних є в певному сенсі *ідеальними*, що володіють найбільшою досконалістю і відсутністю втрат роботи через необоротність. *Оборотні процеси можна розглядати як граничні, за якими оцінюється якість реальних процесів* [3, 5].

2.12. Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення першого закону термодинаміки та запишіть його математичні формулювання.
2. В чому сутність внутрішньої енергії системи? В чому різниця внутрішньої енергії ідеального та реального газів?
3. Що таке робота і теплота? Що між ними спільне та чим вони відрізняються?
4. Покажіть, що площа під кривою процесу в $p-v$ координатах чисельно дорівнює роботі процесу.
5. Що таке ентальпія, в яких одиницях вона вимірюється? Наведіть рівняння, що характеризують зміну внутрішньої енергії та ентальпії.
6. В чому полягають основні задачі дослідження термодинамічних процесів?
7. Дайте аналіз основних термодинамічних процесів ідеального газу в $p-v$ координатах. Запишіть рівняння для роботи та кількості теплоти, зміни внутрішньої енергії та ентальпії в цих процесах. В якому процесі вся підведена теплота перетворюється в роботу?
8. Дайте визначення політропного процесу. Запишіть рівняння для показника політропи.
9. Дайте аналіз різних груп політропних процесів розширення та стиснення в $p-v$ координатах.
10. Що таке оборотний термодинамічний процес та оборотний цикл? Наведіть приклади необоротних процесів у техніці.

2.13. Задачі для самостійного розв'язування

1. У процесі розширення повітря 50 % підведеної теплоти перетворюється в роботу, 50 % йде на збільшення внутрішньої енергії. Чому дорівнює теплоємність процесу?
2. В процесі повітря віддає 200 кДж теплоти, з яких 80 кДж взято з внутрішньої енергії. Визначити показник політропи і описати процес, що протікає.
3. В політропному процесі тиск повітря зменшився з 10 до 2 атм, а його об'єм збільшився в 4 рази. Визначити показник політропи і описати фізичні явища в цьому процесі.
4. У циліндрі дизеля повітря з початковими параметрами $t_1 = 47\text{ }^{\circ}\text{C}$ і $P_1 = 1$ атм стискається по політропі $n = 1,36$. Стиснення відбувається до досягнення повітрям температури $700\text{ }^{\circ}\text{C}$, що трохи перевищує температуру samozаймання палива. Визначити кінцевий тиск повітря і необхідний ступінь стиснення $\varepsilon = v_1/v_2$; обчислити роботу стиснення.
5. 1 кг повітря в повітряному двигуні розширюється від 10 до 1 атм. Розширення може відбуватися: ізотермічно, адіабатно і по політропі $n = 1,2$. Порівняти роботи розширення і визначити кінцеві параметри повітря в цих трьох процесах. Початкова температура повітря $227\text{ }^{\circ}\text{C}$. Зобразити процеси на p - v діаграмі.
6. Відпрацьовані гази бензину розширюються в ДВЗ по політропі $n = 1,27$ від 30 до 3 атм. Початкова температура газів $2100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Масовий склад продуктів згоряння 1 кг бензину наступний: $\text{CO}_2 - 3,135$ кг, $\text{H}_2\text{O} - 1,305$ кг, $\text{O}_2 - 0,34$ кг, $\text{N}_2 - 12,61$ кг. Визначити роботу розширення цих газів, якщо одночасно подається в циліндр 2 г бензину.
7. Якою повинна бути швидкість свинцевої кулі, щоб при зіткненні зі сталевією плитою вона повністю розплавилася? Передбачається, що в момент удару температура кулі дорівнює $27\text{ }^{\circ}\text{C}$. Температура плавлення свинцю $t_{пл} = 327\text{ }^{\circ}\text{C}$, теплота плавлення $r_{пл} = 20,934$ кДж/кг, а теплоємність $c_p = 0,1256$ кДж / кг К.

8. При випробуванні двигунів для визначення потужності, необхідно їх гальмувати (рис.2.14). При цьому робота, виконана двигуном витрачається на подолання сил тертя і перетворюється в теплоту, частина якої (приблизно 20%) розсіюється в навколишнє середовище, а інша частина відводиться водою, що охолоджує гальма. Скільки води необхідно підводити до гальма за 1 год, якщо крутний момент на валу $M_{кр} = 2000$ Дж, частота обертання $\nu = 1500$ об / хв, а допустиме підвищення температури води $t = 35$ К. Теплоємність вод c_p прийняти рівною $4,1868$ кДж / кг К.

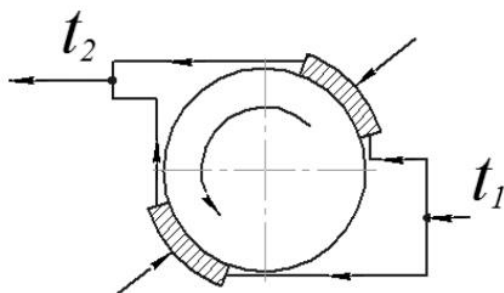


Рис.2.14. До задачі 2.8

РОЗДІЛ 3. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

3.1. ПОНЯТТЯ ПРО ЦИКЛ

Сукупність термодинамічних процесів, в результаті яких робоче тіло повертається в початковий стан, називається термодинамічним *циклом* або *круговим процесом*. Цикли грають важливу роль при аналізі теплових машин.

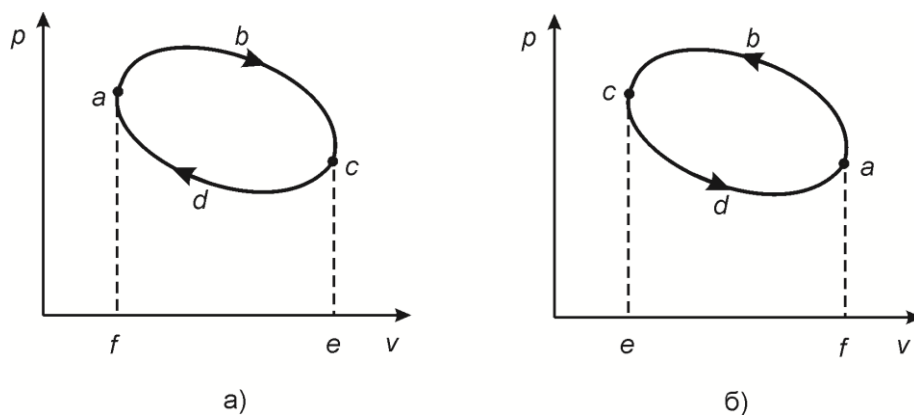


Рис. 3.1. Прямий (а) та обернений (б) цикли в p - v діаграмі

На *рис. 3.1а* в p - v координатах зображений довільний цикл a - b - c - d . У процесі розширення a - b - c робоче тіло здійснює додатню роботу l_p . Величина площі f - a - b - c - e еквівалентна цій роботі. Після розширення робоче тіло повертається в початковий стан (т. a) за рахунок процесу стиснення c - d - a . Здійснення цього процесу вимагає підведення ззовні деякої кількості роботи l_c . Величина підведеної до робочого тіла роботи зображується площею e - c - d - a - f . Для отримання додатньої зовнішньої роботи $l_{\text{ц}}$, яка називається роботою циклу, необхідно, щоб крива, що зображує на p - v діаграмі процес стиснення, розташовувалася нижче кривої, що зображає процес розширення. Тоді:

$$l_{\text{ц}} = l_p - l_c . \quad (3.1)$$

Цикл, результатом виконання якого є додатня робота, що передається в зовнішнє середовище, називається *прямим циклом*. Зміна стану робочого тіла в прямому циклі, зображеному на p - v діаграмі (рис. 3.1а), відбувається за годинниковою стрілкою. *Прямі цикли різних видів використовуються в теплових двигунах*, в яких теплота, що підводиться до робочого тіла при спалюванні палива або будь-яким іншим шляхом, перетворюється в корисну роботу. Цикл, в якому робота розширення l_p менше роботи стиснення l_c , називається *зворотним циклом* (рис. 3.1б).

Легко бачити, що стан робочого тіла в зворотному циклі, зображеному на p - v діаграмі, змінюється у напрямку, протилежному руху годинникової стрілки. Зворотні цикли здійснюються в холодильних машинах, призначених для відводу тепла з приміщень, ємностей і т.і. Для приведення в дію холодильної машини потрібно підведення зовнішньої роботи.

Цикл є оборотним в тому випадку, якщо він складається тільки з оборотних термодинамічних процесів. Якщо хоча б один термодинамічний процес в циклі є необоротним, то цикл також буде необоротним. Як вказувалося в п. 2.12, процеси, що протікають в реальних технічних пристроях, завжди незворотні. Отже, незворотними є всі цикли, реалізовані в теплових машинах і холодильних установках [1, 2, 3, 4, 6].

3.2. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

Перший закон термодинаміки нічим не обмежує передачу різних видів енергії від одного тіла до іншого і їх взаємоперетворення. Він встановлює лише те, що при переході енергії з одного виду в інший або при передачі її від одного тіла до іншого повинен виконуватися фундаментальний закон збереження і перетворення енергії. *З точки зору першого закону термодинаміки будь-який процес, який не суперечить закону збереження енергії, принципово можливий.*

Другий закон термодинаміки сформульований на основі узагальнення результатів *практичного досвіду і спостережень*. Він встановлює *спрямованість і умови протікання природних процесів і застосовується лише до макроскопічних систем, що складається з великого числа частинок, і кінцевих термодинамічних систем*.

Так, повсякденна практика показує, що теплота самовільно передається тільки від гарячого тіла до холодного до тих пір, поки їх температури не зрівняються. Зворотний процес – самовільне перенесення теплоти від холодного тіла до гарячого – ніколи не спостерігається. Передачу тепла від холодного тіла до нагрітого тіла можна здійснити тільки за допомогою холодильної машини, але це вимагає витрат енергії. Ця особливість дала підставу для формулювання другого закону термодинаміки, яка запропонована *Р. Клаузіусом*: *«Теплота не може мимовільно переходити від більш холодного тіла до більш нагрітого»*.

Вивчення процесів взаємоперетворення теплоти і роботи показує, що перетворення роботи в теплоту реалізується порівняно просто і без обмежень. Так, наприклад, за рахунок тертя роботу, вироблену двигуном, можна повністю перетворити в теплоту. Інша ситуація з перетворенням теплоти в роботу. Вся багаторічна практика створення теплових двигунів свідчить про те, що в будь-якому з них *не можна повністю перетворити підведену до робочого тіла теплоту в механічну роботу*.

Для періодичного повернення робочого тіла в початковий стан в числі термодинамічних процесів, з яких складається цикл будь-якої теплової машини, обов'язково потрібен процес, в якому відбувається відведення частини підведеної теплоти в зовнішнє середовище. Без цього процесу *неможливо повернути робоче тіло в початковий стан* після підведення теплоти і адіабатного розширення лише шляхом адіабатного стиснення. Це пояснюється тим, що адіабатні процеси, що відповідають стану робочого тіла на початку і в кінці підведення тепла, різні. А різні адіабати, як відомо, не перетинаються.

З огляду на сказане, другий закон термодинаміки, сформульований В. Томсоном, формулюється так: *«Неможливо створити періодично діючу теплову машину, всі дії якої зводилися б лише до виробництва механічної роботи і охолодження джерела теплоти»*.

Це формулювання говорить про те, що в теплових машинах в роботу перетворюється лише частина теплоти, підведеної від джерела до робочого тіла. Інша частина неминуче віддається в теплоприймач (більш холодне тіло). Отже, для функціонування теплової машини необхідне не тільки джерело теплоти, але і теплоприймач, що сприймає ту частину теплоти, яка не перетворюється в роботу.

Зауважимо, що якби було можливо створити двигун, що виробляє корисну роботу тільки за рахунок відбору теплоти, наприклад, від океанської води або від земної поверхні, то такий двигун міг би працювати вічно, тому що запаси теплової енергії в воді, землі і атмосфері практично не обмежені. Гіпотетичний двигун, в якому теплота будь-якого тіла повністю перетворюється в роботу, прийнято називати *вічним двигуном другого роду*. І хоча його принцип дії не суперечить першому закону термодинаміки, його створення неможливо, тому що не виконується другий закон термодинаміки. Тому можливе і таке формулювання другого закону термодинаміки: *«Неможливо створити вічний двигун другого роду»*.

Розглянутим вище особливостям передачі і перетворення теплової форми енергії можна дати наступне фізичне пояснення. Як відомо з молекулярної фізики, тепла форма енергії є енергією *хаотичного* руху мікрочастинок речовини (молекул та ін.). Робота ж відбувається за рахунок *упорядкованого*, напрямленого переміщення окремих мікрооб'ємів робочого тіла. У природі найбільш імовірним станом є хаотичний рух, тобто тепловий рух частинок. Тому робота легко і повністю переходить в теплоту. *Зворотний перехід від хаотичного руху до впорядкованого, тобто*

перехід теплоти в роботу, є переходом від більш ймовірного стану до менш ймовірного і, тому, має обмеження [1, 2, 3, 4].

3.3. ТЕРМІЧНИЙ ККД ЦИКЛУ ТЕПЛОВОГО ДВИГУНА

На *рис. 3.2* зображена схема, що відображає принципові умови роботи теплового двигуна, які впливають з другого закону термодинаміки. Термодинамічна система, що забезпечує циклічну дію теплового двигуна протягом досить тривалого часу, повинна включати:

- робоче тіло (газ або пар), яке отримує теплоту і перетворює її в роботу $l_{\text{ц}}$;
- тепловіддавач (джерело теплоти), передає за цикл теплоту q_1 одиниці маси робочого тіла;
- теплоприймач (холодне тіло), куди від одиниці маси робочого тіла за цикл відводиться теплота q_2 .

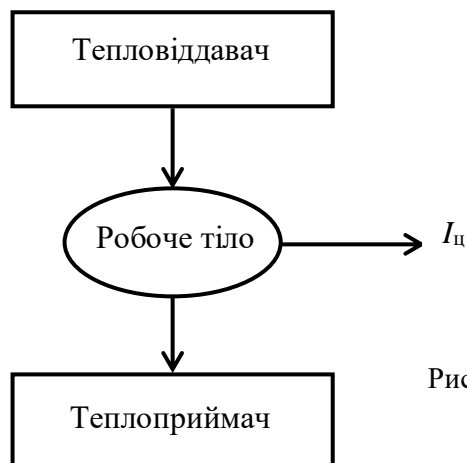


Рис. 3.2. Схема роботи теплового двигуна

Очевидно, для того, щоб одержати додатню роботу циклу має виконуватись співвідношення $q_1 > q_2$. Отже, в тепловому двигуні тільки частина теплоти, отримана від тепловіддавача, перетворюється в корисну роботу:

$$l_{\text{ц}} = q_1 - q_2, \quad (3.2)$$

а теплота q_2 , що надходить в теплоприймач, втрачає свою цінність як енергія, яка може бути перетворена в роботу.

Термічним ККД циклу η_t називається відношення теплоти, перетвореної в роботу циклу, до всієї підведеної за цикл теплоти:

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} . \quad (3.3)$$

Термічний ККД характеризує досконалість циклу теплового двигуна з точки зору перетворення підведеної до робочого тіла теплоти в корисну роботу. Так як за другим законом термодинаміки завжди $q_2 > 0$, то для всіх теплових двигунів $\eta_t < 1,0$ [1, 2, 3, 4].

3.4. ЦИКЛ КАРНО

У 1824 р. французький військовий інженер С. Карно вперше запропонував оборотний термодинамічний цикл, що складається з двох ізотерм і двох адіабат і представляє собою замкнутий процес, який здійснює робоче тіло (ідеальний газ) в тепловій машині при наявності двох джерел теплоти – гарячого з температурою T_1 (тепловіддавач) і холодного – з температурою T_2 (теплоприймач). При цьому $T_2 < T_1$. Будемо вважати, що розміри тепловіддавача і теплоприймача настільки великі, що при підведенні теплоти q_1 до робочого тіла і відведення від нього теплоти q_2 температури T_1 і T_2 не змінюються.

На *рис. 3.3* в p - v координатах показаний *прямий оборотний цикл Карно*. Процеси, що становлять цей цикл, протікають у такий спосіб. Від вихідного стану A (*рис. 3.3*) робоче тіло розширюється ізотермічно ($T_1 = \text{const}$) до стану B , отримуючи від тепловіддавача теплоту q_1 . Подальше розширення відбувається по адіабаті B - C до тих пір, поки температура робочого тіла не знизиться до величини T_2 . Для повернення робочого тіла в початковий стан здійснюється його стиснення в ізотермічному процесі C - D ($T_2 = \text{const}$). При цьому в теплоприймач відводиться теплота q_2 . Цикл замикається адіабатним процесом стиснення D - A , в якому робоче тіло

повертається в початковий стан A з температурою T_1 . Таким чином, цикл Карно складається з двох ізотермічних й двох адіабатних процесів.

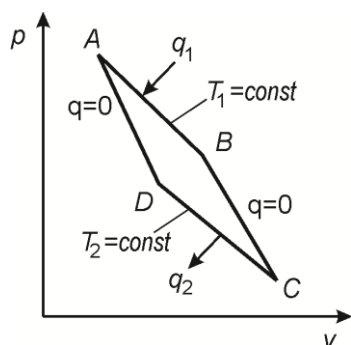


Рис. 3.3. Прямий оборотний цикл Карно в p - v діаграмі

Оскільки цикл Карно оборотний, то ізотермічні процеси підведення і відведення теплоти відбуваються при нескінченно малій різниці між температурами тепловіддавача і робочого тіла, а також теплоприймача і робочого тіла. Це дозволяє вважати, що в процесі ізотермічного розширення температура робочого тіла дорівнює температурі тепловіддавача T_1 , а в процесі ізотермічного стиснення – температурі теплоприймача T_2 . Вся підведена теплота при цьому перетворюється в роботу розширення, а відведена теплота – в роботу стиснення. У адіабатному процесі розширення робочого тіла (виконання роботи) відбувається за рахунок зменшення внутрішньої енергії робочого тіла, а при адіабатному стисненні – робота стиснення йде на збільшення внутрішньої енергії робочого тіла.

Кількість теплоти q_1 і q_2 визначається за формулою (2.35), записаною для ізотермічних процесів $A-B$ і $C-D$:

$$q_1 = RT_1 \ln \frac{v_B}{v_A}, \quad (3.4)$$

$$q_2 = RT_2 \ln \frac{v_C}{v_D}, \quad (3.5)$$

Підставивши (3.4) та (3.5) в (3.3), отримаємо:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{v_C}{v_D}}{T_1 \ln \frac{v_B}{v_A}}. \quad (3.6)$$

Для адіабатних процесів $B \rightarrow C$ та $D \rightarrow A$ можна записати наступне співвідношення:

$$\frac{v_C}{v_B} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad \frac{v_D}{v_A} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}},$$

звідки:

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{v_D}{v_A}, \quad \text{або} \quad \frac{v_C}{v_D} = \frac{v_B}{v_A}$$

Після підстановки в рівняння (3.6) та скорочення отримаємо формулу для термічного ККД оборотного циклу Карно:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (3.7)$$

З аналізу цього рівняння випливає:

- Термічний ККД циклу Карно не залежить від конструкції двигуна і фізичних властивостей робочого тіла, а залежить тільки від температури тепловіддавача (нагрівача) T_1 і теплоприймача (холодильника) T_2 . Це положення відомо під назвою *теорема Карно*;
- Чим вище T_1 і чим нижче T_2 , тим вища величина η_t ; термічний ККД циклу Карно завжди менше одиниці, тому що не може бути $T_1 = \infty$ або $T_2 = 0$;
- Неможливо перетворити в роботу всю теплоту, отриману від тепловіддавача, тому що частина її відводиться у теплоприймач;

– Якщо $T_1 = T_2$, то термічний ККД циклу Карно дорівнює нулю; отже, якщо всі тіла термодинамічної системи мають однакову температуру, тобто знаходяться в тепловій рівновазі, то при *будь-якій температурі* перетворення теплоти в роботу неможливо.

Аналіз циклу Карно має велике теоретичне значення, з нього випливають основні положення другого закону термодинаміки. Практичне значення циклу Карно полягає в тому, що він визначає *максимально можливий рівень термічного ККД теплового двигуна*. Дійсно, якщо температури тепловіддавача T_1 і теплоприймача T_2 постійні в процесах підведення і відведення теплоти, то цикл Карно є *єдино можливим оборотним циклом*. Тому його термічний ККД встановлює *максимально можливий ступінь перетворення теплоти в роботу при заданих значеннях T_1 і T_2* .

Будь-який інший цикл, в якому тепловіддавач і теплоприймач мають ті ж значення температур (T_1 і T_2), але температура робочого тіла в процесах підведення і відведення теплоти *змінюється*, буде необоротним, так як в цьому випадку не виконується одна з умов оборотності, а саме *відсутність кінцевої різниці температур робочого тіла і тепловіддавача (або теплоприймача) при підведенні або відведенні теплоти*. Оскільки незворотність пов'язана з втратою роботи, значення термічного ККД такого циклу завжди менше обчисленого за рівнянням (3.7).

Хоча теоретично цикл Карно є найбільш економічним циклом, але він не знайшов практичної реалізації в теплових машинах, що використовують як робоче тіло різні гази. Основна причина полягає в тому, що *абсолютна величина роботи, яку можна отримати в циклі, невелика*. З рис. 3.3 видно, що на p - v діаграмі ізотерми і адіабати розташовуються близько одна до одної, внаслідок чого площа циклу і відповідна їй робота циклу при відносно невеликих значеннях максимальних p_A і об'єму v_c виходять малими. В теплому двигуні, що працює за циклом Карно, діапазон зміни тиску і об'єму робочого тіла

повинен бути настільки великим, що двигун виходить громіздким і важким [1, 4].

3.5. ВЛАСТИВОСТІ ОБОРОТНИХ ТА НЕОБОРОТНИХ ЦИКЛІВ

3.5.1. Оборотні цикли

На основі рівнянь (3.3) і (3.7) для ідеального оборотного циклу Карно можна записати:

$$1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad , \quad (3.8)$$

звідки:

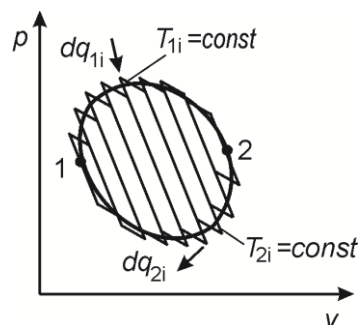
$$\frac{q_1}{T_1} - \frac{q_2}{T_2} = 0 \quad . \quad (3.9)$$

Величину $\frac{q}{T}$ в ізотермічному процесі або $\frac{\delta q}{T}$ в нескінченно малому термодинамічному процесі називають *приведеною теплотою*. В рівнянні (3.9): q_2 – величина від’ємна (відведена теплота), тому вираз (3.9) можна розглядати як *алгебраїчну суму приведених теплот*. Звідси випливає, що в ідеальному оборотному циклі Карно алгебраїчна сума приведених теплот дорівнює нулю.

Розглянемо довільний оборотний цикл (рис.3.4). Його можна уявити як сукупність нескінченно великого числа елементарних оборотних циклів Карно, кожен з яких складається з двох адіабат і двох нескінченно малих ізотерм. На кожній ізотермі відбувається підведення або відведення елементарної теплоти δq_i при відповідній температурі T_i . *Оборотне*

здійснення такого довільного циклу вимагає наявності нескінченно великої кількості теплоприймачів і тепловіддавачів з різними температурами.

Рис. 3.4. Довільний оборотний цикл в p - v діаграмі



Покажемо, що розглянута сукупність елементарних циклів Карно еквівалентна вихідному довільному циклу. Так як робота розширення і стиснення в співпадаючих адіабатних процесах двох сусідніх елементарних циклів Карно взаємно компенсується, то сумарна робота елементарних циклів Карно дорівнюватиме алгебраїчній сумі робіт розширення і стиснення всіх елементарних ізотермічних процесів. Якщо число елементарних циклів прямує до нескінченності, то ця сума дорівнює роботі вихідного довільного циклу.

Згідно рівняння (3.9), для кожного елементарного циклу Карно можна записати

$$\frac{\delta q_{1i}}{T_{1i}} - \frac{\delta q_{2i}}{T_{2i}} = 0. \quad (3.10)$$

Якщо просумувати рівняння (3.10) для всіх елементарних циклів Карно, то, вважаючи, що $i \rightarrow \infty$, можна записати:

$$\int \frac{\delta q_{1i}}{T_{1i}} - \int \frac{\delta q_{2i}}{T_{2i}} = 0 \quad (3.11)$$

або

$$\oint \frac{\delta q}{T} = 0, \quad (3.12)$$

де \oint – означає інтеграл, взятий по всьому замкнутому контуру циклу, що розглядається. Вираз (3.12) означає, що *інтегральна сума приведених теплот в довільному оборотному циклі дорівнює нулю*. Це рівняння отримано Р. Клаузіусом в 1834 р. і є *математичним виразом другого закону термодинаміки для оборотного циклу і називається першим інтегралом Клаузіуса*.

3.5.2. Необоротні цикли

У необоротному циклі Карно, що здійснюється при рівних з оборотним циклом значеннях T_1 і T_2 , термічний ККД циклу буде менше, ніж у оборотного, так як необоротність призводить до зменшення корисної роботи $\eta_{\text{необр}} < \eta_{\text{обр}}$, або:

$$1 - \frac{q_2}{q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (3.13)$$

Звідки:

$$\frac{q_2}{q_1} > \frac{T_2}{T_1} \quad \text{та} \quad \frac{q_1}{T_1} - \frac{q_2}{T_2} < 0. \quad (3.14)$$

Таким чином, у необоротному циклі Карно алгебраїчна сума *приведених теплот має від'ємне значення*.

Для довільного необоротного циклу, використовуючи заміну його на сукупність нескінченно великого числа елементарних циклів Карно, всі або частина з яких є необоротними, отримаємо:

$$\oint \frac{\delta q}{T} < 0. \quad (3.15)$$

Отже, інтегральна сума приведених теплот в довільному необоротному циклі від'ємна. Вираз (3.15) являє собою математичний вираз другого закону термодинаміки для довільного необоротного циклу і називається другим інтегралом Клаузіуса [3, 4].

3.6. ЕНТРОПІЯ ТА ЇЇ ЗМІНА В ОБОРОТНИХ І НЕОБОРОТНИХ ПРОЦЕСАХ

З математичного аналізу відомо, що якщо інтеграл по замкнутому контуру дорівнює нулю, то підінтегральний вираз являє собою повний диференціал деякої функції. Для підінтегральної функції з (3.12) введемо наступне позначення:

$$ds = \frac{\delta q}{T}. \quad (3.16)$$

Тоді для оборотного кругового процесу можна записати:

$$\oint ds = 0. \quad (3.17)$$

Функція s , повний диференціал якої дорівнює $\frac{\delta q}{T}$ (δq – теплота в оборотному процесі), називається *ентропією*.

Очевидно, що величина інтеграла $\int_1^2 ds$, що визначена для будь-якого оборотного процесу переходу речовини зі стану 1 в стан 2 (рис. 3.5), являє собою зміну ентропії робочого тіла в процесі, що розглядається. Зміна ентропії не залежить від шляху процесу, а залежить тільки від параметрів робочого тіла в початковому і кінцевому станах. Дійсно:

ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

$$\oint ds = \int_{1a2} ds + \int_{2b1} ds = 0,$$

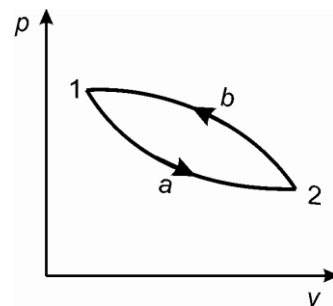
але оскільки:

$$\int_{2b1} ds = - \int_{1a2} ds.$$

то, відповідно:

$$\int_{1a2} ds = \int_{1b2} ds = \int_1^2 ds = s_2 - s_1, \quad (3.18)$$

Рис. 3.5. Щодо зміни ентропії в необоротних процесах



Таким чином, *ентропія є функцією стану, величина якої однозначно визначається параметрами стану*. Відзначимо, що через s позначається питома ентропія, тобто ентропія, віднесена до 1 кг речовини $\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}\right)$; а ентропія, віднесена до довільної кількості речовини, позначається як $S\left(\frac{\text{Дж}}{\text{К}}\right)$.

Якщо в термодинамічну систему входить декілька тіл, ентропії яких рівні S_1, S_2, \dots, S_n , то ентропія системи дорівнює:

$$S_{\text{сист}} = S_1 + S_2 + \dots + S_n. \quad (3.19)$$

З (3.16) випливає, що ентропія окремого тіла або системи тіл в оборотних термодинамічних процесах може як зростати, так і

зменшуватися. Так як абсолютна температура T завжди додатня, то підводу теплоти до тіла або системи тіл ($\delta q > 0$) відповідає зростання ентропії ($ds > 0$), а відведенню теплоти ($\delta q < 0$) – зменшення ентропії ($ds < 0$).

Визначимо величину ентропії будь-якого речовини шляхом інтегрування виразу (3.16):

$$s = \int \frac{\delta q}{T} + s_0, \quad (3.20)$$

де s_0 – стала інтегрування.

У термодинамічних розрахунках визначається не абсолютне значення ентропії, а її зміна Δs в процесі, що визначається за рівнянням (3.18). З (3.19) випливає, що зміна ентропії термодинамічної системи визначається як алгебраїчна сума змін ентропії всіх тіл, що входять в систему. Тоді

$$\Delta S_{\text{сист}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \dots + \Delta S_n. \quad (3.21)$$

Виведемо рівняння для визначення зміни ентропії в процесах з ідеальними газами. Підставивши в (3.16) величину δq з (2.13), отримаємо:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv. \quad (3.22)$$

Оскільки для ідеального газу

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v}, \quad (3.23)$$

то:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}. \quad (3.24)$$

Інтегрування (3.24) при сталій теплоємності c_v дозволяє отримати:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (3.25)$$

З рівняння стану для ідеального газу випливає:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{p_1}{p_2}. \quad (3.26)$$

Підставивши (3.26) в (3.25), після простих перетворень одержимо:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (3.27)$$

Рівняння (3.25) і (3.27) дозволяють визначити зміну ентропії ідеального газу в оборотному термодинамічному процесі, якщо відомі параметри стану газу в початковій та кінцевій точках процесу.

Розглянемо особливості зміни ентропії в необоротних процесах. Нехай робоче тіло переходить зі стану 1 (рис. 3.5) в стан 2 по довільному необоротному процесу 1-a-2 і потім повертається в початковий стан оборотним процесом 2-b-1. Очевидно, що цикл 1-a-2-b-1 є необоротним і для нього справедлива нерівність

$$\oint \frac{\delta q}{T} < 0, \quad \text{або} \quad \int_{1a2} \frac{\delta q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta q}{T} < 0.$$

Інтеграл $\int_{2b1} \frac{\delta q}{T}$, взятий по оборотному процесу 2-b-1, у відповідності з

(3.18) дорівнює різниці ентропій $s_1 - s_2$. Тоді:

$$\int_{1a2} \frac{\delta q}{T} + (s_1 - s_2) < 0, \quad \text{або}$$

$$s_2 - s_1 > \int_{1a2} \frac{\delta q}{T} \quad (3.28)$$

Таким чином, в *необоротних процесах зміна ентропії завжди більше суми інтегралу приведених теплот даного процесу.*

У диференціальній формі рівняння (3.28) має вигляд:

$$ds > \frac{\delta q}{T}. \quad (3.29)$$

Співвідношення (3.16) та (3.29) можна об'єднати в один вираз:

$$ds \geq \frac{\delta q}{T}, \quad (3.30)$$

де знак рівності відноситься до оборотних процесів, а знак нерівності – до необоротних.

Вираз (3.30) розглядається як *аналітичний запис другого закону термодинаміки* [4].

3.7. ЕНТРОПІЯ ІЗОЛЬОВАНОЇ СИСТЕМИ

Оскільки для ізольованої (адіабатної) системи з оборотними процесами $\delta Q = 0$, то згідно (3.30) можна записати:

$$dS = 0. \quad (3.31)$$

Звідси випливає, що ентропія ізольованої системи, в якій протікають тільки оборотні процеси, *залишається сталою* ($S_2 = S_1 = \text{const}$).

Ентропія ізольованої системи буде зростати, якщо в ній мають місце необоротні процеси:

$$dS > 0; \quad S_2 > S_1.$$

Як відомо, всі самовільні процеси є необоротними. Якщо ізольована термодинамічна система знаходиться в початковому нерівноважному стані, то всередині неї будуть протікати самовільні процеси обміну енергією між окремими тілами до тих пір, поки система в цілому не перейде в рівноважний стан. При цьому ентропія окремих тіл, що входять в систему, може збільшуватися або зменшуватися, залежно від того, підводиться до них теплота або відводиться. Але *ентропія ізольованої системи при цьому буде тільки зростати.*

Розглянемо ізольовану систему, що складається з двох тіл з температурою першого тіла T_1 і другого – T_2 . Будемо вважати $T_1 > T_2$, тоді теплота буде самовільно переходити від гарячого тіла до холодного. Якщо від першого тіла до другого перейшла кількість теплоти Q , то при постійних T_1 і T_2 ентропія першого зменшиться на величину:

$$\Delta S_1 = -\frac{Q}{T_1}, \quad (3.32)$$

а другого збільшиться на величину:

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T_2}. \quad (3.33)$$

Зміна ентропії системи буде дорівнювати:

$$\Delta S_{\text{сист.}} = \Delta S_2 + \Delta S_1 = Q \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right).$$

Так як $T_2 < T_1$, то $\Delta S_{\text{сист}} > 0$. Очевидно, чим більша різниця температур T_1 і T_2 , тим сильніше виявляється необоротність процесу, що протікає в системі, і тим більше зростає її ентропія. Неважко показати, що і для інших необоротних процесів, що протікають в ізольованій системі, ентропія системи зростає (п. 2.11). Сказане дозволяє розглядати *ентропію як величину, яка характеризує міру необоротності процесів, що протікають в ізольованій системі.*

При досягненні рівноважного стану в ізольованій системі її ентропія зростає до максимального значення. Рівноважна система не здатна до виробництва роботи, *хоча вона має в своєму розпорядженні той самий запас енергії, що і в початковому нерівноважному стані.* Рівноважна термодинамічна система як джерело роботи *мертва.*

Больцман знайшов зв'язок між ентропією системи і термодинамічною ймовірністю ω , яка представляє собою число способів, якими може бути реалізовано конкретний рівноважний стан. Цей зв'язок має такий вигляд $S_{\text{сист}} = k \cdot \ln \omega$, де $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

Положення про зростання ентропії ізольованої системи було вперше сформульовано Р. Клаузіусом. Однак, він поширив його на весь Всесвіт, узагальнивши перший і другий закони термодинаміки в наступному формулюванні: *«Енергія світу постійна, ентропія світу прагне до максимуму».* Це формулювання дало підставу вченим-ідеалістам розглядати Всесвіт як термодинамічну систему, де процеси обміну енергією протікають односторонньо і з плином часу повинні привести її в рівноважний стан, коли припиняться всі процеси, в тому числі і життєві. Цей стан отримав назву *«теплової смерті» Всесвіту.* Хибність концепції Клаузіуса полягає в тому, що Всесвіт не можна розглядати як кінцеву ізольовану систему. У космосі протікають і інші процеси, які не підпорядковуються законам термодинаміки кінцевих систем.

Твердження щодо можливості *«теплової смерті» Всесвіту* приводить до висновку про існування в минулому деякого вихідного стану,

тобто виникнення Всесвіту. Ці твердження про *початок і кінець оточуючого нас світу* суперечать сучасному вченню про природу. *Закони та висновки, отримані для обмежених ізольованих систем в умовах Землі, не можна довільно поширювати на весь Всесвіт* [3].

3.8. ВТРАТИ КОРИСНОЇ РОБОТИ В НЕЗВОРОТНИХ ПРОЦЕСАХ

Розглянемо ізольовану термодинамічну систему, що включає тепловіддавач з температурою T_1 , теплоприймач з температурою T_2 і робоче тіло, за допомогою якого здійснюється робота. *Ізольована система може виконувати роботу, тільки перебуваючи в нерівноважному стані*. В даному випадку нерівноважність визначається різницею температур тепловіддавача і теплоприймача ($T_1 > T_2$). Коли температури T_1 і T_2 зрівнюються, *система втратить здатність виконувати роботу*.

Здійснюючи з робочим тілом довільний цикл, можна отримати корисну роботу. Прийmemo, що при здійсненні одного циклу температура теплоприймача T_2 не змінюється. Тоді відповідно до (3.33):

$$Q_2 = T_2 \cdot \Delta S_2, \quad (3.34)$$

де ΔS_2 – зміна ентропії теплоприймача при підводі до нього теплоти Q_2 .

Підставимо (3.34) в рівняння (3.2) і отримаємо:

$$L_{\text{ц}} = Q_1 - T_2 \Delta S_2. \quad (3.35)$$

Рівняння (3.35) виконується як для оборотного, так і для необоротного циклів. Якщо в розглянутій термодинамічній системі перетворення теплоти в роботу здійснюється за допомогою оборотного циклу Карно, то отримуємо максимально можливе значення роботи циклу.

При цьому ентропія ізольованої системи не змінюється. Це дозволяє записати для ізольованої системи:

$$\Delta S_2 + \Delta S_1 = 0 \quad \text{та} \quad \Delta S_2 = -\Delta S_1. \quad (3.36)$$

Тут ΔS_1 – зміна ентропії тепловіддавача за цикл. Зауважимо, що ентропія робочого тіла після виконання циклу не зміниться, так як робоче тіло повертається в початковий стан. З урахуванням (3.35) і (3.36) запишемо вираз для максимальної корисної роботи циклу:

$$L_{\text{ц}}^{\text{макс}} = Q_1 + T_2 \Delta S_1. \quad (3.37)$$

При здійсненні в системі необоротного циклу корисна робота, що отримується (3.35) завжди менше максимальної (3.37) на величину:

$$\Delta L = L_{\text{ц}}^{\text{макс}} - L_{\text{ц}} = T_2 (\Delta S_1 + \Delta S_2) = T_2 \Delta S_{\text{сист}}, \quad (3.38)$$

де $\Delta S_{\text{сист}}$ – зміна ентропії розглянутої ізольованої системи внаслідок протікання в ній необоротних процесів. Тут ΔS_1 – величина від’ємна (рівняння 3.32).

Втрата працездатності системи ΔL тим вище, чим більше зростання її ентропії внаслідок необоротності процесів, що в ній протікають, тобто внаслідок дисипації енергії. Таким чином, *зростання ентропії ізольованої системи може служити мірою дисипації енергії, тобто мірою втрати корисної роботи* [3, 4].

3.9. КООРДИНАТИ T - s

Кожному стану будь-якої речовини відповідає певне значення ентропії s і температури T . Якщо використовувати систему координат, де на осі ординат нанесені значення температури T , а на осі абсцис – ентропії s , то в цих координатах рівноважний стан речовини зображується у вигляді точки, довільний оборотний процес зображується деякою лінією, а цикл – замкнутою сукупністю ліній.

На *рис. 3.6* зображений довільний процес $1-2$ в T - s координатах. Площа заштрихованої області, що відповідає елементарній зміні ентропії ds при деякій температурі T дорівнює, як випливає з (3.16), елементарній кількості теплоти, що бере участь в процесі $\delta q = T \cdot ds$. Вся теплота в процесі $1-2$ визначається за формулою:

$$q = \int_1^2 T ds \quad (3.39)$$

і зображується в T - s координатах площею $a-1-2-b$, обмеженою лінією процесу, координатами точок початку $1-a$ і кінця $2-b$ процесу і віссю абсцис, якщо початком відліку температури на осі ординат є $T = 0$. Якщо в процесі здійснюється підведення теплоти, то ентропія зростає ($s_2 > s_1$) і стан речовини змінюється в напрямку від точки 1 до точки 2 . При відведенні теплоти ситуація зворотна.

Розглянемо цикл $1-a-2-b-1$ в T - s координатах (*рис. 3.7*). В процесі $1-a-2$ теплота q_1 підводиться до робочого тіла в кількості, еквівалентній

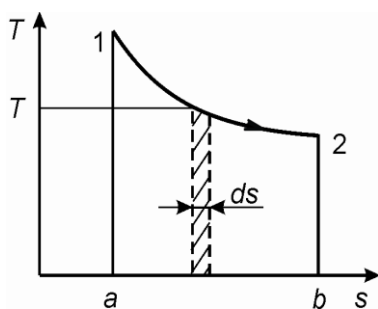


Рис. 3.6. Довільний процес в p - v координатах

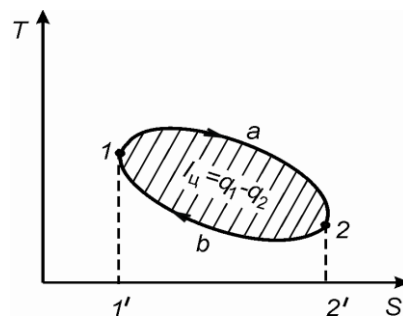


Рис. 3.7. Термодинамічний цикл в T - s координатах

площі $1'-1-a-2-2'-1'$. У процесі $2-b-1$ від робочого тіла відводиться теплота q_2 в кількості, що дорівнює площі $2'-2-b-1-1'-2'$. Очевидно, що площа, обмежена циклом $1-a-2-b-1$, дорівнює $q_1 - q_2 = l_u$, тобто роботі циклу. Термічний ККД циклу, зображеного в $T-s$ координатах, легко визначається як відношення площ, що відповідають l_u і q_1 :

$$\eta_t = \frac{l_u}{q_1} = \frac{\text{пл.}(1-a-2-b-1)}{\text{пл.}(1'-1-a-2-2'-1')}$$

Нижче розглянуті основні термодинамічні процеси в $T-s$ координатах (рис. 3.8).

3.9.1. Адіабатний процес

В цьому випадку $\delta q = 0$ (рис. 3.8а), відповідно:

$$ds = \frac{\delta q}{T} = 0. \quad (3.40)$$

Інтегруючи (3.40), отримаємо $s_1 = s_2 = \text{const}$. Оборотному адіабатному процесу в $T-s$ координатах відповідає вертикальна лінія $1-2$. При адіабатному розширенні температура газу падає (процес $1-2$), а при адіабатному стисненні – зростає (процес $2-1$). Внаслідок сталості ентропії в

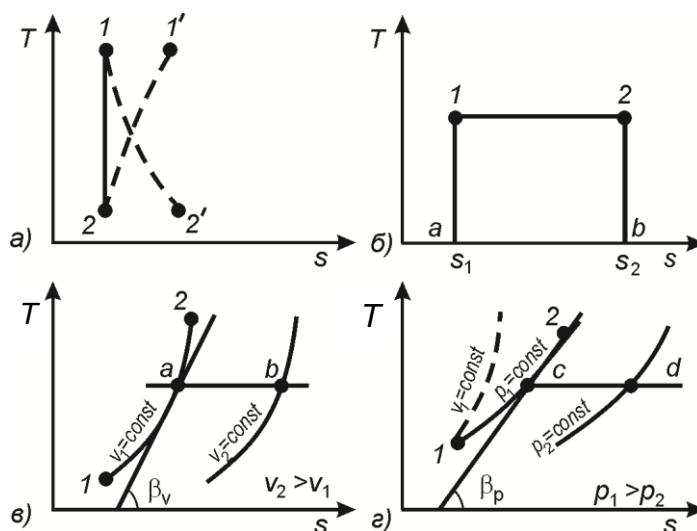


Рис. 3.8. Основні термодинамічні процеси в $T-s$ координатах

оборотному адіабатному процесі його називають також ізоентропним. Надалі всі ізоентропні процеси будемо називати адіабатними.

У необоротному адіабатному процесі, наприклад, при наявності тертя, ентропія зростає. Причому зростання ентропії відбувається як при стисненні газу (процес $2-1'$, *рис. 3.8а*), так і при розширенні (процес $1-2'$). Площа під кривою процесу в $T-s$ координатах зображує в цьому випадку теплоту тертя.

3.9.2. Ізотермічний процес

$T = \text{const}$ (*рис. 3.8б*) в $T-s$ координатах зображається горизонтальною лінією $1-2$. Теплота процесу еквівалентна площі прямокутника $a-1-2-b$ і дорівнює:

$$q = \int_1^2 T ds = T(s_2 - s_1). \quad (3.41)$$

При підведенні теплоти ентропія зростає і процес протікає від точки 1 до точки 2 . При відведенні теплоти – ситуація зворотня. Зміна ентропії в ізотермічному процесі може бути визначена з рівнянь (3.25) або (3.27):

$$\Delta s = s_2 - s_1 = R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

3.9.3. Ізохорний процес $v = \text{const}$

Ізохорний процес (*рис. 3.8 в*) зображується в $T-s$ координатах логарифмічною кривою $1-2$. Згідно формули 3.25 зміна ентропії в оборотному ізохорному процесі дорівнює:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Розглянемо особливості протікання ізохори в T - s координатах. Тангенс кута нахилу дотичної до ізохори $v = \text{const}$ визначається з рівняння (3.22)

$$\operatorname{tg} \beta_v = \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_v = \frac{T}{c_v}.$$

З ростом температури газу кут нахилу дотичної до осі абсцис зростає. Отже, ізохора є кривою, повернутою опуклістю до осі абсцис. Ізохори, що відповідають різним значенням v , еквідистантні між собою, тому що при однакових температурах вони мають один і той самий кут нахилу дотичних. При зміні об'єму від v_1 до v_2 ізохора зміщується на відрізок a - b (рис. 3.8в), величина якого визначається з рівняння (3.25) за умови сталості температури T :

$$a - b = \Delta s = R \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

Ізохора, що відповідає більшому значенню v , розташовується на більшій відстані від осі ординат.

3.9.4. Ізобарний процес $p = \text{const}$

Ізобарий процес (рис. 3.8г), так само як ізохорний, в T - s координатах зображується логарифмічною кривою. Зміна ентропії в оборотному ізобарному процесі у відповідності до (3.27) дорівнює:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Ізобара є більш похилою кривою, ніж ізохора. Це видно з порівняння кутів нахилу дотичних до ізохори та ізобари (рис. 3.8г). Для ізобари $\delta q = c_p dT$ тому:

$$ds = c_p \frac{dT}{T},$$

звідки:

$$\operatorname{tg} \beta_p = \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p = \frac{T}{c_p}.$$

Оскільки $c_p > c_v$, то при однакових значеннях T маємо $\operatorname{tg} \beta_p < \operatorname{tg} \beta_v$. Криві ізобарних процесів при різних значеннях p , так само як ізохори, еквідистантні між собою. Відстань між ізобарами, що відповідають тискам p_1 та p_2 (рис. 3.8г), визначається по аналогії з ізохорами з (3.27):

$$c - d = \Delta s = R \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

На відміну від ізохорних процесів зі збільшенням тиску ізобари зсуваються ближче до осі ординат.

3.9.5. Політропні процеси

У загальному випадку політропні процеси (рис. 3.9). в T - s координатах зображуються кривою лінією, вид і положення якої залежать від показника n . На рис.3.9 в T - s координатах показані типові групи політроп в області розширення газу, властивості яких розглянуті в п. 2.10. У T - s координатах можна побудувати діаграму стану як окремого газу, так і суміші газів (наприклад, повітря). Приклад загального вигляду частини такої діаграми наведений на рис. 3.10. Вона складається з сітки ізохор і сітки ізобар. На кожній з цих ліній відзначається відповідне їй значення

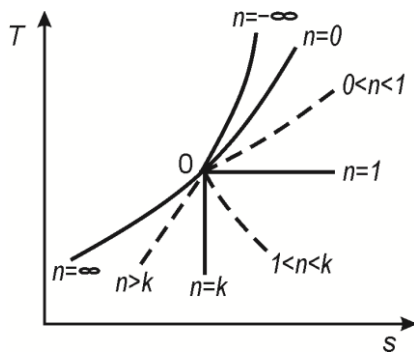


Рис. 3.9. Політропні процеси в T - s координатах

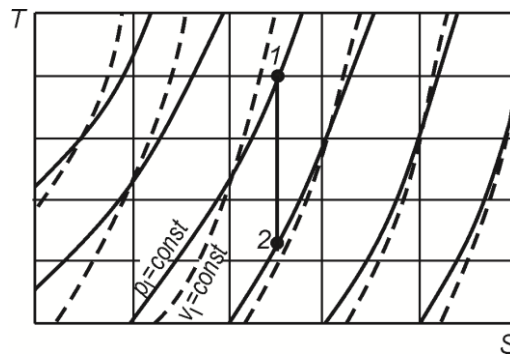


Рис. 3.10. Сітки ізохор та ізобар в T - s координатах

питомого об'єму або тиску. Горизонтальні і вертикальні лінії зображують постійні температури і ентропії, значення яких наносяться зазвичай у вигляді масштабу на осях ординат і абсцис.

За допомогою T - s діаграми можна проводити дослідження окремих процесів і циклів, в яких даний газ використовується як робоче тіло. Розглянемо, наприклад, адіабатне розширення газу. Якщо відомі два параметри T_1 і p_1 , що характеризують початковий стан газу, то це дозволяє нанести на діаграму T - s вихідну точку 1, що відповідає цьому стану (рис. 3.10). Через точку проводимо вертикальну пряму (адіабату) до перетину з лінією, що відповідає заданому кінцевому параметру стану газу, наприклад, p_2 . Решта кінцевих параметрів легко визначаються по ізохорі та ізотермі, які проходять через точку 2. Використання T - s діаграми істотно спрощує розрахунки, особливо при змінній теплоємності газу [4].

3.10. КООРДИНАТИ i - s

Недоліком діаграм, побудованих в T - s координатах, є необхідність обчислювати площі окремих ділянок діаграми при визначенні теплоти q і роботи l процесу, зміни внутрішньої енергії Δu і ентальпії Δi газу. Цього недоліку позбавлені діаграми стану, побудовані в координатах i - s (ентальпія - ентропія), де величини q , l , Δu , Δi визначаються відрізками прямих. Дана особливість координат i - s спрощує аналіз і розрахунок термодинамічних процесів.

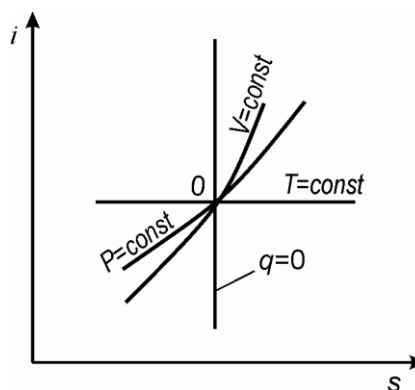


Рис. 3.11. Термодинамічні процеси в i - s координатах

Розглянемо протікання основних термодинамічних процесів з ідеальними газами в координатах i - s (рис. 3.11). Оборотний адіабатний процес в координатах i - s , як і в координатах T - s , зображується прямою вертикальною лінією ($s = \text{const}$).

3.10.1. Ізотермічний процес.

Для ідеального газу $di = c_p dT$, тому:

$$\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_T = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_T.$$

Оскільки, в ізотермічному процесі $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_T = 0$, то у випадку ідеального газу

$\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_T = 0$. Відповідно, в i - s координатах ізотерма ідеального газу є горизонтальною прямою.

3.10.2. Ізобарний процес

У цьому процесі $\delta q = T \cdot ds = c_p \cdot dT = di$. Ізобара є кривою лінією, у якої тангенс кута нахилу дотичної дорівнює:

$$\text{tg} \gamma_p = \left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_p = T.$$

Оскільки в ізобарному процесі з ростом ентальпії температура газу T збільшується, то зростає і кут γ_p . Отже, як і в T - s координатах, ізобара звернена опуклістю до осі абсцис.

3.10.3. Ізохорний процес

По аналогії з ізобарним процесом можна записати

$$\delta q = T ds = c_v dT = \frac{di}{k}, \text{ звідки:}$$

$$\operatorname{tg} \gamma_v = \left(\frac{\partial i}{\partial s} \right)_v = kT = k \operatorname{tg} \gamma_p.$$

Отже, ізохора так само, як і ізобара, являє собою криву лінію, звернену опуклістю до осі абсцис. Взаємне розташування ізобари та ізохори в i - s координатах (рис. 3.11) аналогічно їх розташуванню в координатах T - s .

За допомогою i - s діаграми неважко визначити основні термодинамічні величини. Знаючи положення точок початку 1 і кінця 2 процесу, безпосередньо з діаграми визначаються параметри газу в цих точках $p_1, T_1, v_1, p_2, T_2, v_2$ і величини:

$$\Delta i = i_2 - i_1 \quad \text{та} \quad \Delta s = s_2 - s_1.$$

Зміна внутрішньої енергії знаходиться за формулою $\Delta u = \Delta i - (p_2 v_2 - p_1 v_1)$.

Величина теплоти і роботи залежить від типу процесу і визначається наступним чином:

- в ізобарному процесі $q = \Delta i, \quad l = q - \Delta u;$
- в ізохорному процесі $q = \Delta u;$
- в ізотермічному процесі $q = T \Delta s, \quad l = q;$
- в адіабатному процесі $l = \Delta u.$

Особливе значення i - s діаграми мають при розрахунках термодинамічних процесів з *реальними газами*, в яких сильно змінюються теплоємність та інші властивості, що ускладнює використання аналітичних формул [4].

3.11. Запитання для самоконтролю

1. Розкрийте зміст і наведіть формулювання другого закону термодинаміки.
2. Чому для аналізу макроскопічних процесів, які супроводжуються тепловими явищами, окрім першого закону необхідний і другий закон термодинаміки?
3. Чи може ізольована рівноважна система виконувати корисну роботу?
4. Сформулюйте основні положення циклу Карно. Чому цикл Карно є еталоном для будь-якого оборотного циклу, але не використовується на практиці?
5. Проведіть аналіз термічного ККД циклу Карно.
6. Сформулюйте другий закон термодинаміки для рівноважних та нерівноважних процесів в математичній формі.
7. Розкрийте фізичний зміст ентропії.
8. Запишіть зміну ентропії в оборотних термодинамічних процесах.
9. Зобразіть в T - s діаграмі необоротні процеси розширення та стиснення.
10. Зобразіть основні оборотні термодинамічні процеси в i - s діаграмі.

3.12. Задачі для самостійного розв'язування

1. 1 кг азоту за температури 50 °C знаходиться в балоні ємністю 0,5 м³. Знайти ентропію газу.

2. Як змінилася ентропія 1 кг повітря, якщо його тиск збільшився з 2 до 10 бар, а температура знизилася з 400 °С до 200 °С? Що це за процес?
3. У політропному процесі ентропія 1 кг кисню збільшилася на 0,127 кДж/кг К, при чому температура підвищилася з 27 °С до 127 °С. Визначити показник політропи.
4. Порівняти термічний ККД двох циклів Карно. В одному з них теплота підводиться при температурі 1800 °С та відводиться при 300 °С, а в іншому підводиться при 2000 °С, а відводиться при 500 °С.
5. Теплова машина виконує зворотний цикл Карно в інтервалі температур від 27 °С до –3 °С. Знайти кількість теплоти, що відбирається від охолоджуваного тіла і роботу зовнішніх сил за цикл, якщо відомо, що відношення максимального об'єму до мінімального $V_{max}/V_{min} = 5$.
6. 1 кмоль повітря при температурі 900 °С займає резервуар ємністю 50 м³; після охолодження тиск в резервуарі став рівним 1 ат. Визначити початкові і кінцеві параметри повітря в процесі. Примітка. Використовувати *i-s* діаграму.
7. Знайти зміну ентропії при перетворенні 10 г льоду за температури $t_1 = -20$ °С на пару за температури $t_2 = 100$ °С.
8. Знайти зміну ентропії при ізотермічному розширенні 6 г водню від тиску $p_1 = 105$ Па до тиску $p_2 = 0,5 \cdot 10^5$ Па.
9. Теплоізолювану посудину розділено на дві рівні частини перегородкою, в якій є отвір, що може закриватися. В одній половині посудини міститься 10 г кисню. Інша половина відкачана до високого вакууму. Отвір в перегородці відкривають – і газ займає весь об'єм. Вважаючи газ ідеальним, знайти приріст його ентропії.
10. У початковому стані азот масою $m = 56$ г має об'єм $V_1 = 16$ л і температуру $t_1 = 60$ °С; у кінцевому стані – $V_2 = 75$ л, $t_2 = 450$ °С. Знайти зміну ентропії азоту.

РОЗДІЛ 4. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ ГАЗОВОГО ПОТОКУ

Рух газу в елементах реальних енергетичних установок має складний тривимірний характер, а диференціальні рівняння, що описують потік, в ряді практично важливих випадків складні для вирішення і аналізу. В термодинаміці газового потоку застосовується більш простий (одновимірний) підхід, з використанням першого закону термодинаміки. При цьому вводяться наступні припущення:

1. Рух газу є стаціонарним (тобто сталим) в будь-якій точці простору, а параметри потоку (швидкість, тиск, температура, щільність) не змінюються в часі.
2. Параметри потоку у всіх точках розглянутого перетину однакові, їх зміна відбувається лише в напрямку руху.

Строго кажучи, рівняння, отримані для цих умов, виконується лише для елементарної цівки, поперечні розміри якої дуже малі. Нижче розглянуті основні рівняння термодинаміки газових потоків [1, 3, 4].

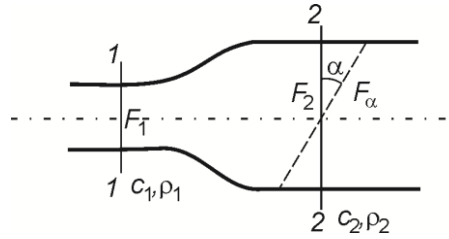
4.1. РІВНЯННЯ НЕРОЗРИВНОСТІ

Виділимо в потоці газу в каналі з непроникними стінками об'єм, обмежений перетинами 1 і 2, перпендикулярними швидкості потоку (рис. 4.1). Тоді витрата газу G (кількість газу, що проходить через поперечний переріз каналу в одиницю часу, кг / с) буде дорівнювати:

$$G = c \rho F, \quad (4.1)$$

де c , F – швидкість потоку та площа поперечного перетину каналу. Оскільки потік усталений, то витрата газу, що поступає в об'єм, що розглядається, дорівнює витраті газу, що виходить з цього об'єму ($G_1 = G_2$).

Рис. 4.1. Потік газу в каналі з непроникними стінками



Якщо ця умова не виконана, то в об'ємі 1-2 змінюватиметься маса газу; а параметри потоку (p , T , c) будуть змінними. Отже, в стаціонарному потоці витрата газу через перетин каналу є однаковою $G_1 = G_2 = const$, або в математичній формі:

$$c \cdot \rho \cdot F = const. \quad (4.2)$$

Рівняння (4.2) являє собою *рівняння нерозривності (збереження маси) стаціонарного потоку*.

Виконавши логарифмування і подальше диференціювання рівняння (4.2), отримаємо рівняння нерозривності в *диференційній формі*:

$$\frac{dc}{c} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dF}{F} = 0, \quad (4.3)$$

або:

$$\frac{dc}{c} + \frac{dF}{F} = \frac{dv}{v}. \quad (4.3^*)$$

Якщо стінки каналу проникні і через них в канал може втікати додатковий газ, то умова (4.2) не виконується. У цьому випадку рівняння нерозривності в диференційній формі матиме наступний вигляд:

$$\frac{dc}{c} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dF}{F} = \frac{dG}{G}. \quad (4.3^{**})$$

Тут dG – зміна витрати газу на елементарній довжині каналу dx .

Для довільного перетину потоку, що становить кут α з напрямом нормалі до вектора швидкості, витрата визначиться рівнянням $G = c\rho F_\alpha \cos\alpha$, де F_α – площа перетину каналу, що становить кут α з напрямом нормалі до вектора швидкості (рис. 4.1) [1].

4.2. ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ ДЛЯ ГАЗУ, ЩО РУХАЄТЬСЯ

У розділі 2 було показано, що рівняння першого закону термодинаміки (п. 2.1) визначає баланс між теплотою, підведеною до тіла (або відведеної від нього), зміною внутрішньої енергії і роботою розширення (стиснення), спрямованою на зміну об'єму. Для потоку газу (рідини) це рівняння можна інтерпретувати як рівняння, що виражає закон збереження і перетворення енергії в системі координат, що рухається разом з деяким об'ємом, виділеним в потоці. При цьому теплота, що підводиться до газу, складається з теплоти, що підводиться від зовнішніх джерел q_z , і теплоти, що виділяється в результаті роботи сил тертя q_r . Тому рівняння першого закону термодинаміки (2.3) для потоку газу матиме такий вигляд:

$$\delta q_z + \delta q_r = du + p \cdot dv. \quad (4.4)$$

Рівняння (4.4) може бути застосовано до будь-яких газових потоків, в тому числі і нестационарних. Якщо в потоці не здійснюється робота зміни об'єму ($p dv = 0$), то вся теплота, підведена до газу або відведена від нього, йде на зміну його внутрішньої енергії. Зі сказаного випливає, що, так само як і в нерухомому середовищі, теплова форма енергії (внутрішня енергія;

енергія, що підводиться або відводиться в формі теплоти) може бути перетворена в механічну форму тільки при зміні об'єму газу.

У тому випадку, коли робоче тіло нестисливе ($dv = 0$), то підведена теплота не може бути перетворена в який-небудь вид енергії механічного руху (кінетична енергія, потенційна енергія та ін.); робоче тіло може тільки змінювати внутрішню енергію. Тому нестислива рідина не може слугувати робочим тілом теплових двигунів.

Рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу (4.4) може бути також записано в наступному вигляді:

$$\delta q_z + \delta q_r = di - v dp, \quad (4.5)$$

що випливає з рівняння (2.23) [1, 3].

4.3. РІВНЯННЯ ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ ГАЗОВОГО ПОТОКУ

Рівняння збереження енергії газового потоку виводиться на основі першого закону термодинаміки, але на відміну від рівняння у формі (4.4) воно записується в нерухомій системі координат.

Складемо баланс енергії для маси газу, зосередженої між перерізами 1 та 2 (рис. 4.2), яка за деякий невеликий проміжок часу перемістилась в положення 1' – 2'. На основі закону збереження та енергії, зовнішня енергія, підведена до даної масі газу ззовні, призведе до зміни її внутрішньої енергії u , кінетичної $e_{\text{кін.}}$ та потенціальної $e_{\text{пот.}}$ енергії.

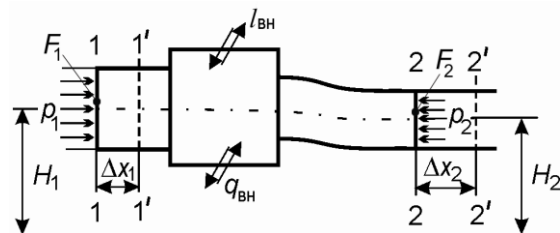


Рис. 4.2. До виведення рівняння збереження енергії

Повна кількість енергії, *підведена до газу*, складається з теплоти і роботи зовнішніх сил l_{Σ} , тобто:

$$q - l_{\Sigma} = \Delta u + \Delta e_{\text{кін.}} + \Delta e_{\text{пот.}} . \quad (4.6)$$

Нагадаємо, що згідно правила знаків прийнятому в термодинаміці *робота, підведена до тіла, вважається від'ємною, а робота, яка здійснюється тілом, – додатною.*

Зміна будь-якого виду енергії дорівнює різниці цього виду енергії в положеннях 1-2 та 1'-2'. Оскільки рух, який встановився в об'ємі 1' – 2 є загальним для обох положень, то зміна кожного виду енергії буде визначатися різницею їхніх кількостей в об'ємах 1 – 1' и 2 – 2'. Легко побачити, що маса газу в об'ємах 1 – 1' і 2 – 2' однакова. Для спрощення приймемо, що вона дорівнює 1 кг. Будемо вважати, що переміщення Δx_1 та Δx_2 малі і, тому, параметри газу всередині кожного з цих об'ємів однакові. Тоді:

$$\Delta u = u_2 - u_1, \quad \Delta e_{\text{кін}} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}, \quad \Delta e_{\text{пот.}} = g(H_2 - H_1). \quad (4.7)$$

Робота l_{Σ} складається з роботи сил тертя, роботи проштовхування і зовнішньої (ефективної) роботи:

$$l_{\Sigma} = l_r + l_{\text{прошт.}} + l_{\text{вн.}} \quad (4.7^*)$$

Робота сил тертя повністю переходить в тепло тертя, тому, $l_r = q_r$. Робота проштовхування здійснюється зовнішніми по відношенню до виділеного об'єму силами тиску: в перерізі 1 – тиском p_1 , а в перерізі 2 – p_2 . Сили тиску, які діють на бічну поверхню потоку, не здійснюють роботу, так як вони діють по нормальній до траєкторіям руху частинок газу. Сила

тиску в перерізі 1 здійснює *роботу над виділеним об'ємом газу* ($-p_1 F_1 \Delta x_1$) $= -p_1 \cdot v_1$, а в перерізі 2 газ в аналізованому об'ємі здійснює *роботу проти сили* $p_2 F_2$. Тоді: $p_2 F_2 \Delta x_2 = p_2 \cdot v_2$ и $l_{\text{прошт.}} = p_2 v_2 - p_1 v_1$.

Зовнішня (ефективна) робота - це робота, що передається газу (або отримується від нього) зовнішніми джерелами або споживачами механічної енергії (турбіна, компресор, насос і ін.). Вона є результатом впливу гідродинамічних сил газового потоку на тіла, що переміщуються в цьому потоці (наприклад, лопатки турбіни або компресора). Підставляючи (4.7) і (4.7*) в (4.6) та розкриваючи величини q й $l_{\text{прот.}}$, одержуємо:

$$q_{\text{вн}} + q_r - l_{\text{вн}} - l_r = u_2 - u_1 + p_2 v_2 - p_1 v_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(H_2 - H_1).$$

Оскільки $q_r = l_r$, а ентальпія $i = u + p \cdot v$, то отримуємо:

$$q_{\text{вн}} - l_{\text{вн}} = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(H_2 - H_1). \quad (4.8)$$

Рівняння (4.8) представляє собою рівняння збереження енергії для газового потоку, в якому всі величини відносяться до 1 кг газу (Дж/кг). Це рівняння виконується для будь-яких робочих тіл при стаціонарному русі як при наявності тертя, так і без нього.

Для газових потоків в елементах енергетичних машин зміною потенційної енергії можна знехтувати внаслідок її малості. Тому, в подальшому рівняння збереження енергії будемо використовувати в наступному вигляді:

$$q_{\text{вн}} - l_{\text{вн}} = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}, \quad (4.9)$$

або в диференціальній формі:

$$\delta q_{\text{вн}} - \delta l_{\text{вн}} = di + \frac{dc^2}{2}. \quad (4.10)$$

Рівняння збереження енергії в формі (4.9) формулюється наступним чином: *зовнішня енергія, підведена до потоку газу в формі теплоти і роботи, витрачається на зміну ентальпії і кінетичної енергії газу.*

У випадку ідеального газу $i_2 - i_1 = c_p(T_2 - T_1)$, тому для ідеального газу рівняння (4.9) можна також представити у виді:

$$q_{\text{вн}} - l_{\text{вн}} = c_p(T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}, \quad (4.11)$$

або в диференціальній формі:

$$\delta q_{\text{вн}} - \delta l_{\text{вн}} = c_p dT + \frac{dc^2}{2} \quad [3]. \quad (4.12)$$

4.4. ПАРАМЕТРИ АДІАБАТНО ЗАГАЛЬМОВАНОГО ПОТОКУ

Нехай в деякому перерізі газового потоку (рис. 4.3) швидкість, ентальпія, температура й тиск рівні: c , i , T и p . Загальмовуємо умовно потік з цими параметрами, вважаючи, що теплообмін з навколишнім середовищем відсутній, тобто, гальмування відбувається адіабатно. Параметри адіабатно загальмованого потоку позначаються за допомогою

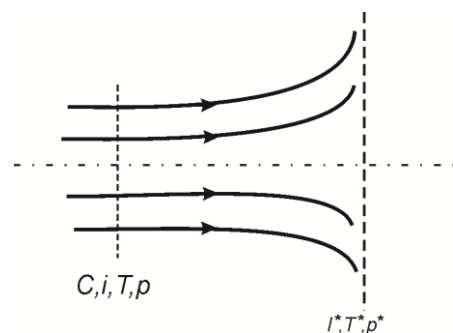


Рис. 4.3. До визначення повної температури й повного тиску потоку газу

індексу з зірочкою i^* , T^* , p^* . Величини i^* , T^* и p^* називаються також: *повна ентальпія, повна температура, повний тиск*.

Оскільки в даному випадку $q_{\text{вн}} = 0$ і $l_{\text{вн}} = 0$, то враховуючи $c^* = 0$, з (4.9) отримаємо повну ентальпію газу:

$$i^* = i + \frac{c^2}{2}. \quad (4.13)$$

З рівняння (4.11) визначимо повну температуру:

$$T^* = T + \frac{c^2}{2c_p}. \quad (4.14)$$

Тиск загальмованого потоку знайдемо з рівняння адіабатного процесу (2.39):

$$p^* = p \left(\frac{T^*}{T} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (4.15)$$

або з врахуванням (4.14)

$$p^* = p \left(1 + \frac{c^2}{2c_p T} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (4.16)$$

Виразимо величини T^* і p^* через число Маха $M = \frac{c}{a}$, де a – швидкість звуку. Враховуючи, що $c_p = \frac{k}{k-1}R$, з (4.14) знайдемо:

$$T^* = T \left(1 + \frac{k-1}{2} \frac{c^2}{kRT} \right) [3].$$

4.5. КРИТИЧНІ ПАРАМЕТРИ ПОТОКУ

Оскільки в ідеальному газі $k \cdot R \cdot T = a^2$, то після перетворення отримаємо:

$$T^* = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right). \quad (4.17)$$

Підставляючи значення T^* з (4.17) в (4.15), отримуємо:

$$p^* = p \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (4.18)$$

Якщо в будь-якому перетині потоку газу число $M = 1$, тобто, швидкість газу дорівнює місцевій швидкості звуку, то параметри потоку в цьому перерізі називаються *критичними*. Знайдемо зв'язок між критичними й повними параметрами потоку. Так як $M_{кр.} = 1$, то з (4.17) і (4.18) випливає:

$$T_{кр} = T^* \left(\frac{2}{k+1} \right), \quad (4.19)$$

$$p_{кр} = p^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (4.20)$$

а з рівняння стану ідеального газу з урахуванням (4.19) і (4.20) отримуємо:

$$\rho_{кр} = \rho^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (4.21)$$

За визначенням критична швидкість дорівнює $c_{\text{кр}} = a_{\text{кр}} = \sqrt{kRT_{\text{кр}}}$, або з врахуванням (4.19):

$$c_{\text{кр}} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT^*}. \quad (4.22)$$

Таким чином, критичні параметри потоку для даного газу повністю визначаються відповідними повними (загальмованими) параметрами [1].

4.6. РІВНЯННЯ ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ В ПАРАМЕТРАХ ЗАГАЛЬМОВАНОГО ПОТОКУ. ЧАСТКОВІ ВИПАДКИ РІВНЯННЯ

Запишемо рівняння збереження енергії (4.9) в параметрах загальмованого потоку:

$$q_{\text{вн.}} - l_{\text{вн.}} = i_2^* - i_1^*. \quad (4.23)$$

У випадку ідеального газу це рівняння можна записати у виді:

$$q_{\text{вн.}} - l_{\text{вн.}} = c_p(T_2^* - T_1^*), \quad (4.24)$$

або в диференціальній формі:

$$\delta q_{\text{вн.}} - \delta l_{\text{вн.}} = c_p dT^*. \quad (4.24^*)$$

Розглянемо часткові випадки рівняння збереження енергії.

4.6.1. Енергоізолюваний потік

Оскільки в енергоізолюваному потоці $q_{\text{вн.}} = 0$ і $l_{\text{вн.}} = 0$, то з (4.9) випливає:

$$i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i_2 + \frac{c_2^2}{2}, \quad (4.25)$$

або

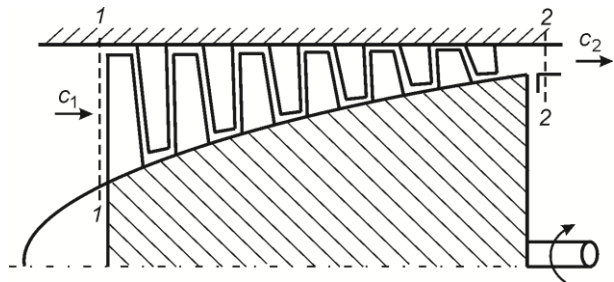
$$i_1^* = i_2^*. \quad (4.25^*)$$

Таким чином, в енергоізолюваному потоці повна ентальпія (сума ентальпії і кінетичної енергії) постійна. У разі ідеального газу з (4.24) випливає $T_1^* = T_2^*$. Отже, в енергоізолюваному потоці ідеального газу повна температура потоку постійна.

4.6.2. Компресор

Позначимо через l_k роботу, яка надається 1 кг газу в компресорі (рис. 4.4). Оскільки в компресорі зовнішня робота підводиться до газу, то $l_{\text{вн.}} = -l_k$. Теплообміном між газом і елементами компресора можна знехтувати ($q_{\text{вн.}} = 0$).

Рис. 4.4. Схема осьового компресора



Тому для газового потоку в компресорі з (4.9) випливає

$$l_k = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}, \quad (4.26)$$

або:

$$l_k = i_2^* - i_1^*, \quad (4.27)$$

тобто, зовнішня робота в компресорі йде на підвищення повної ентальпії газу. У випадку ідеального газу:

$$l_k = c_p(T_2^* - T_1^*). \quad (4.28)$$

Останній вираз може використовуватись для експериментального визначення величини l_k згідно виміряним значенням T_1^* і T_2^* . Знаючи роботу l_k , можна знайти потужність N_k , необхідну для обертання компресора $N_k = G l_k$, де G – витрата газу через компресор.

Розглянемо *ідеальний компресор*. В ідеальному компресорі стиснення газу відбувається без тертя і теплообміну, тобто є адіабатним. Внаслідок цього, ефективну роботу ідеального компресора називають адіабатною:

$$l_{ад к} = c_p(T_{2 ад}^* - T_1^*),$$

де $T_{2 ад}^*$ - температура газу на виході з компресору при адіабатних умовах стиснення. Виносимо за дужки температуру T_1^* і враховуючи, що в адіабатному процесі

$$\frac{T_{2 ад}^*}{T_1^*} = \left(\frac{p_2^*}{p_1^*} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \pi_k^{*\frac{k-1}{k}},$$

отримаємо:

$$l_{ад.к} = c_p T_1^* (\pi_k^{*\frac{k-1}{k}} - 1). \quad (4.29)$$

Тут: $\pi_k = \frac{p_2^*}{p_1^*}$ – ступінь підвищення повного тиску в компресорі.

4.6.3. Турбіна

Оскільки в турбіні (рис. 4.5) газ здійснює роботу, то $l_{\text{вн.}} = l_{\text{т}}$, де $l_{\text{т}}$ – робота на валу турбіни, що віднесена до 1 кг газу. Нехай $q_{\text{вн.}} \approx 0$, з (4.9) для потоку в турбіні отримаємо:

$$l_{\text{т}} = i_1 - i_2 - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}, \quad (4.30)$$

або

$$l_{\text{т}} = i_1^* - i_2^*. \quad (4.31)$$

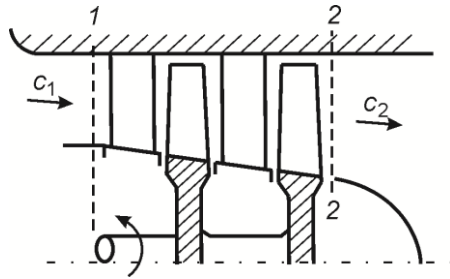


Рис. 4.5. Схема осевої турбіни

Відповідно, робота на валу турбіни є наслідком зменшення повної ентальпії газового потоку. У разі ідеального газу:

$$l_{\text{т}} = c_p (T_1^* - T_2^*). \quad (4.32)$$

Знаючи величину $l_{\text{т}}$, та витрати газу G , можна знайти потужність, яку розвиває турбіна, з рівняння $N_{\text{т}} = G l_{\text{т}}$.

Розглянемо ідеальну турбіну, в якій відсутні теплообмін і тертя й тому процес розширення газу є адіабатним. Адіабатна робота турбіни рівна $l_{\text{ад.т.}} = c_p (T_1^* - T_{2\text{ад}}^*)$, де $T_{2\text{ад}}^*$ – температура газу на виході з турбіни при адіабатному процесі розширення. Провівши перетворення, які були зроблені вище, отримаємо:

$$l_{\text{ад.т}} = c_p T_1^* \left(1 - \frac{1}{\pi_m^{*\frac{k-1}{k}}} \right), \quad (4.33)$$

де $\pi_m^* = \frac{p_1^*}{p_2^*}$ – ступінь зниження повного тиску газу в турбіні.

4.6.4. Теплообмінник. Камера згорання

В теплообміннику зовнішня енергія підводиться (або відводиться) тільки у вигляді теплоти $q_{\text{вн.}}$; тому з (4.23) випливає:

$$q_{\text{вн.}} = i_2^* - i_1^*, \quad (4.34)$$

у випадку ідеального газу:

$$q_{\text{вн.}} = c_p (T_2^* - T_1^*). \quad (4.35)$$

Співвідношення (4.34) і (4.35) виконуються і для камери згорання; в цьому випадку під зовнішньої теплотою $q_{\text{вн.}}$ розуміють кількість теплоти, що виділилася в камері згорання в результаті процесу спалювання 1 кг газу [3, 4].

4.7. УЗАГАЛЬНЕНЕ РІВНЯННЯ БЕРНУЛІ

Виразуємо з рівняння збереження енергії (4.10) рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу в формі (4.5), враховуючи, що $\delta q_r = \delta l_r$. Тоді отримаємо:

$$-\delta l_{\text{вн}} = v dp + \frac{dc^2}{2} + \delta l_r. \quad (4.36)$$

Рівняння (4.36) називається *узагальненим рівнянням Бернуллі*. Якщо проінтегруємо (4.36) від початкового перерізу 1 до кінцевого перерізу 2 (рис. 4.2), то отримаємо *інтегральну форму цього рівняння*:

$$-l_{\text{вн}} = \int_1^2 v dp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + l_r. \quad (4.37)$$

Інтеграл у правій частині рівняння (4.37) називають *наявною роботою*, а величину $v \cdot dp$ – *елементарною наявною роботою*. Наявна робота на p - v діаграмі (рис. 4.6) еквівалентна площі між віссю ординат і кривою процесу (площа 1-2-b-a). Вона становить собою різницю роботи розширення потоку $\int_{v_2}^{v_1} p dv$ і роботи проитовхування $p_1 v_1 - p_2 v_2$.

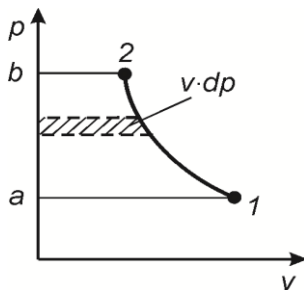


Рис. 4.6. Наявна робота в p - v діаграмі

Узагальнене рівняння Бернуллі можна інтерпретувати як баланс механічних форм енергії в газовому потоці. Теплота не входить в це рівняння в явному вигляді, але вона впливає на перерозподіл енергії між окремими її складовими. Всі величини в рівняннях (4.36) і (4.37) віднесені до 1 кг газу (Дж/кг).

Для компресора $l_{\text{вн}} = -l_{\text{к}}$, тому можна записати:

$$\delta l_{\text{к}} = v dp + \frac{dc^2}{2} + \delta l_r. \quad (4.38)$$

Відтак, зовнішня робота, що підводиться в компресорі до газу, йде на наявну роботу, зміну кінетичної енергії потоку і на роботу для подолання сил тертя.

У випадку турбіни: $l_{\text{вн.}} = l_r$, тому:

$$-\nu dp = \delta l_r + \frac{dc^2}{2} + \delta l_r \quad (4.39)$$

Отже, в турбіні ($dp < 0$) наявна робота витрачається на виконання зовнішньої роботи (роботи на валу турбіни), збільшення кінетичної енергії газу і подолання гідравлічних втрат.

При течії газу в каналах (повітря- і газопроводи) $l_{\text{вн.}} = 0$ і в цьому випадку:

$$-\nu dp = \frac{dc^2}{2} + \delta l_r. \quad (4.40)$$

Якщо течія відбувається без тертя, то:

$$-v \cdot dp = c \cdot dc. \quad (4.41)$$

З останнього виразу випливає, що в такому потоці розгін газу ($dc > 0$) можливий лише при зниженні його тиску ($dp < 0$), а гальмування ($dc < 0$) супроводжується ростом тиску ($dp > 0$). Наявність тертя, звичайно, позначається кількісно на параметрах потоку. Наприклад, при заданому рівні зниження тиску наявність тертя ($l_r > 0$) знизить приріст швидкості потоку (4.40) і, навпаки, в разі гальмування потоку при заданому рівні зниження швидкості при наявності тертя тиск буде зростати в меншій мірі, ніж без тертя.

Величина наявної роботи може бути обчислена, коли відомо рівняння процесу. Якщо процес політропний, що підкоряється рівнянню (2.48), то, підставляючи значення v з цього рівняння в інтеграл $\int_1^2 v dp$ (1, 2 – початок і кінець термодинамічного процесу), після нескладних перетворень можна знайти:

$$\int_1^2 v dp = \frac{n}{n-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1), \quad \text{або} \quad \int_1^2 v dp = \frac{n}{n-1} R(T_2 - T_1).$$

Отримані вирази називають *політропною роботою газового потоку* [3, 4].

4.8. ЗМІНА ПОВНОЇ ТЕМПЕРАТУРИ І ПОВНОГО ТИСКУ У ГАЗОВОМУ ПОТОЦІ

Зміну *повної температури* T^* в потоці ідеального газу можна знайти з рівняння збереження енергії (4.24*), яке представимо у вигляді:

$$dT^* = \frac{1}{c_p} (\delta q_{\text{вн}} - \delta l_{\text{вн}}) \quad (4.42)$$

Таким чином, *повна температура потоку може змінюватися тільки при підведенні або відведенні зовнішньої енергії у вигляді теплоти або ефективної роботи*. Тому *повна температура опосередковано характеризує запас повної енергії газового потоку*. У разі енергоізованого потоку, як було показано $dT^* = 0$. Наявність сил тертя не впливає на величину повної температури, тому що теплота сил тертя компенсується роботою проти сил тертя.

Розглянемо зміну *повного тиску*. Знайдемо логарифм з виразу (4.15) і далі диференціал:

$$\frac{dp^*}{p^*} = \frac{dp}{p} - \frac{k}{k-1} \frac{dT}{T} + \frac{k}{k-1} \frac{dT^*}{T^*}. \quad (4.43)$$

Згідно (4.5):

$$\delta q_{\text{вн}} + \delta q_r = c_p dT - \nu dp = RT \left(\frac{k}{k-1} \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} \right),$$

звідки:

$$\frac{k}{k-1} \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} = \frac{\delta q_{\text{вн}} + \delta q_r}{RT}. \quad (4.44)$$

Підставляючи (4.42) і (4.44) в (4.43), в результаті отримаємо:

$$\frac{dp^*}{p^*} = -\frac{\delta q_{\text{вн}} + \delta q_r}{RT} + \frac{k}{k-1} \frac{\delta q_{\text{вн}} - \delta q_{\text{вн}}}{c_p T^*},$$

або:

$$\frac{dp^*}{p^*} = -\frac{1}{R} \left[\frac{\delta q_r}{T} + \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T^*} \right) \delta q_{\text{вн}} + \frac{\delta q_{\text{вн}}}{T^*} \right]. \quad (4.45)$$

З отриманих рівнянь можна зробити наступні висновки:

- В енергоізолюваному потоці ($q_{\text{вн.}} = 0$, $l_{\text{вн.}} = 0$) при відсутності тертя ($l_r = 0$) повний тиск не змінюється ($dp^* = 0$).
- Повний тиск потоку зменшується при наявності тертя, при підведенні зовнішньої теплоти і здійсненні газом зовнішньої роботи (наприклад, в турбіні). *Зменшення повного тиску газового потоку без здійснення зовнішньої роботи означає зменшення його працездатності при даному запасі енергії.*

Відзначимо, що ступінь зменшення повного тиску при підведенні теплоти тим більше, чим вище число Маха. Дійсно, з рівняння (4.45)

впливає, що зі збільшенням числа M , збільшується різниця $\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T^*}\right)$ і тому вище величина $|-dp^*|$.

Зменшення повного тиску при підведенні теплоти до газу називають *тепловим опором*. Зменшення p^* при зменшенні $l_{\text{вн}}$ (наприклад, в турбіні) не означає дисипацію енергії, так як це зменшення супроводжується здійсненням корисної роботи [3, 4].

4.9. ГАЗОДИНАМІЧНІ ФУНКЦІЇ

4.9.1. Число Маха і приведена швидкість

Вище було відзначено, що число Маха $M = \frac{c}{a}$ рівне відношенню *швидкості потоку c до місцевої швидкості звуку a* . В ряді випадків за масштаб швидкості газу зручно приймати *критичну швидкість*; така безрозмірна величина називається *наведеною швидкістю*:

$$\lambda = \frac{c}{c_{\text{кр}}} = \frac{c}{\sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT^*}}, \quad (4.46)$$

де значення T^* обчислюється в точці потоку, до якої відноситься швидкість c . Наведена швидкість однозначно пов'язана з числом M . Дійсно:

$$\lambda^2 = \frac{c^2}{c_{\text{кр}}^2} \frac{a^2}{a^2} = M^2 \frac{kRT}{2 \frac{k}{k+1} RT^*} = \frac{k+1}{2} \frac{M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}, \quad (4.47)$$

або:

$$M^2 = \frac{2}{k+1} \frac{\lambda^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2}. \quad (4.48)$$

З (4.47) видно, що при $M = 0$ величина $\lambda = 0$, а при $M = 1,0$ вона рівна $\lambda = 1,0$. При $M \rightarrow \infty$ величина λ прямує до граничного значення:

$$\lambda_{\text{гран}} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}, \quad (4.48^*)$$

яке залежить тільки від показника адіабати k . Залежність λ від M показана на *рис. 4.7* [3].

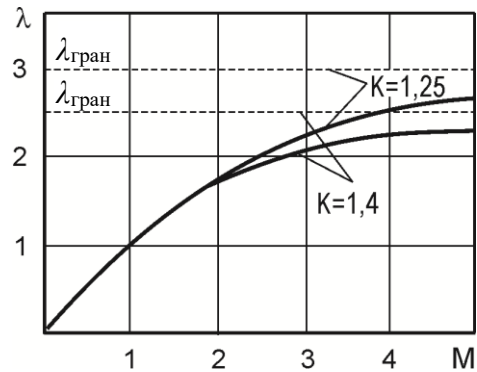


Рис. 4.7. Залежність відносної швидкості λ від числа Маха M

4.9.2. Газодинамічні функції

Газодинамічними функціями називають безрозмірні параметри потоку, які залежать від наведеної швидкості λ (і числа M). До них, зокрема, відносяться:

– відносна температура:

$$\tau(\lambda) = \frac{T}{T^*} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2; \quad (4.49)$$

– відносний тиск:

$$\pi(\lambda) = \frac{p}{p^*} = \left(\frac{T}{T^*} \right)^{\frac{k}{k-1}} = [\tau(\lambda)]^{\frac{k}{k-1}}; \quad (4.50)$$

– відносна густина:

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\rho}{\rho^*} = \left(\frac{T}{T^*} \right)^{\frac{1}{k-1}} = [\tau(\lambda)]^{\frac{1}{k-1}}. \quad (4.51)$$

Розглянуті функції характеризують зміну параметрів стану газу. Очевидно, що при $\lambda = 0$ ($M = 0$) ці функції рівні 1, а при $\lambda \rightarrow \lambda_{\text{пред.}}$ ($M \rightarrow \infty$) прямують до нуля (рис. 4.8).

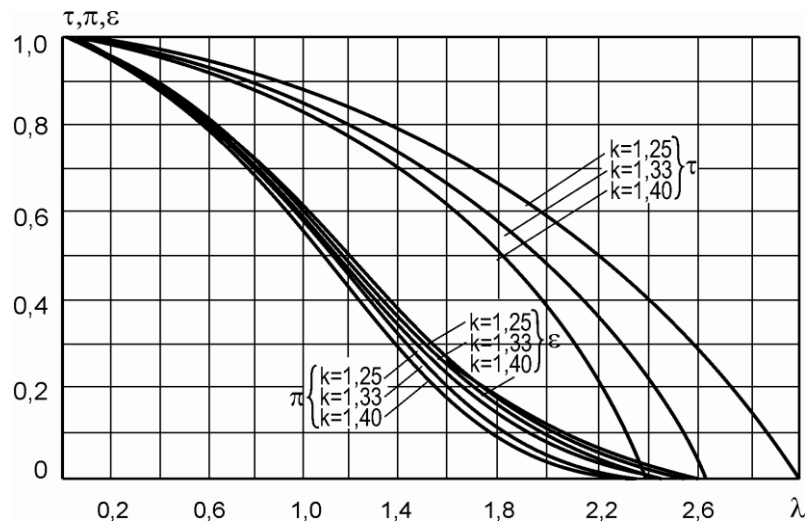


Рис. 4.8. Газодинамічні функції τ , π , ε

Важливе значення мають і газодинамічні функції, що характеризують *витрату газу (споживання)*. До них відноситься відносна густина струму:

$$q(\lambda) = \frac{c\rho}{c_{\text{кр}}\rho_{\text{кр}}} = \lambda \frac{\rho/\rho^*}{\rho_{\text{кр}}/\rho^*} = \lambda \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \varepsilon(\lambda). \quad (4.52)$$

Величина $q(\lambda)$ пов'язана з витратою газу наступним чином:

$$G = F c \rho = F \frac{c\rho}{c_{\text{кр}}\rho_{\text{кр}}} c_{\text{кр}}\rho_{\text{кр}} = F q(\lambda) c_{\text{кр}}\rho_{\text{кр}}. \quad (4.53)$$

Підставляючи значення $\rho_{\text{кр.}}$ (4.21) і $c_{\text{кр.}}$ (4.22) в рівняння (4.53) після перетворень, отримаємо:

$$G = \psi q(\lambda) F \frac{P^*}{\sqrt{RT^*}}, \quad (4.54)$$

де $\psi = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$. Позначимо в подальшому $m = \psi / \sqrt{R}$ і, в результаті одержимо:

$$G = m q(\lambda) F \frac{P^*}{\sqrt{T^*}}. \quad (4.55)$$

Як слідує, величина m залежить тільки від роду газу (R , k). Наприклад, для повітря $\left(R = 287,05 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right)$ при $k = 1,4$ значення $m = 0,0404$, а при $k = 1,33$, $m = 0,0396$.

Інколи витрату газу зручно виражати через статичний тиск p . В цьому випадку використовують газодинамічну функцію:

$$y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)}. \quad (4.56)$$

Легко бачити, що в цьому випадку:

$$G = m y(\lambda) F \frac{P}{\sqrt{T^*}}. \quad (4.57)$$

Залежності $q(\lambda)$ і $y(\lambda)$ від λ показані на *рис. 4.9*. Тут слід звернути увагу на те, що кожному значенню функції $q(\lambda)$ відповідають два значення аргументу: $\lambda_1 < 1$ (або $M_1 < 1$) і $\lambda_2 > 1$ (або $M_2 > 1$); при $\lambda = 1$ (в критичному перерізі) $q(\lambda) = 1,0$.

Таблиці та залежності газодинамічних функцій, розраховані для різних значень k , в ряді випадків істотно спрощують аналіз і розрахунок газових потоків.

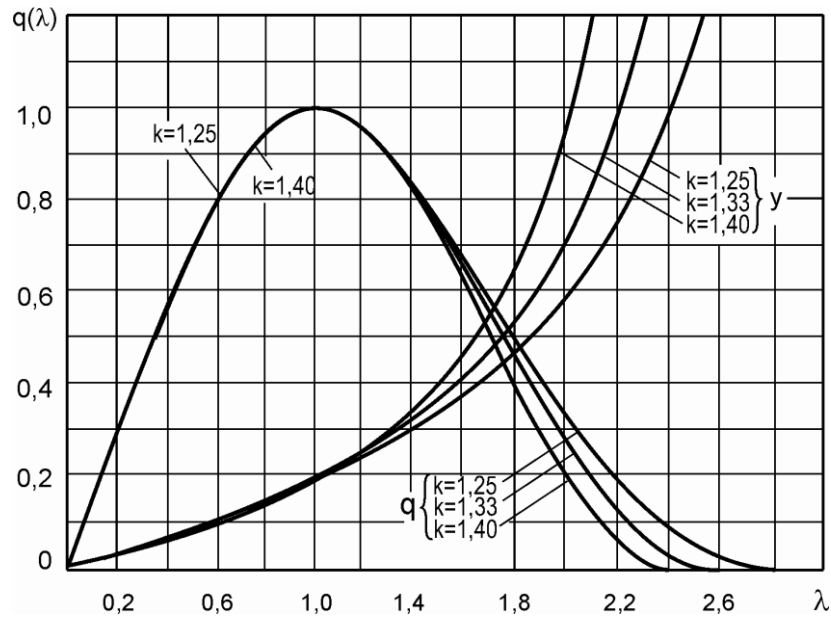


Рис. 4.9. Газодинамічні функції $q(\lambda)$, $y(\lambda)$ для різних значень показника адіабати κ

4.10. Запитання для самоконтролю

1. Запишіть рівняння нерозривності для стаціонарних і нестаціонарних умов і дайте його аналіз.
2. Запишіть рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу і дайте їх аналіз.
3. Запишіть різні форми рівняння збереження енергії для газового потоку.
4. Запишіть вирази для повної температури і повного тиску.
5. Які параметри потоку називаються критичними? Запишіть рівняння для критичної швидкості потоку.
6. Запишіть окремі випадки рівняння збереження енергії (турбіна, компресор, камера згоряння, теплообмінний апарат).
7. Запишіть рівняння Бернуллі для окремого випадку газової турбіни і компресора. дайте визначення наявної роботи.
8. Запишіть рівняння для повної температури і повного тиску в потоці газу і дайте його аналіз.

9. Дайте визначення наведеної швидкості потоку λ . У чому її відмінність від числа Маха? Запишіть рівняння, що зв'язує наведену швидкість λ і число Маха.
10. Дайте визначення політропної роботи газового потоку.
11. Запишіть рівняння газодинамічних функцій тиску, температури і витрати потоку.

4.11. Задачі для самостійного розв'язування

1. Нерухомий температурний датчик, розміщений в потоці повітря реєструє температуру 1227°C . Визначити дійсне значення температури і число Маха, якщо швидкість потоку $c = 200 \text{ м/с}$.
2. У повітряний потік, що має температуру гальмування T^* і швидкість $c = 300 \text{ м/с}$, ввели легкий предмет, який придбав швидкість потоку. Визначити температуру предмета після встановлення теплової рівноваги.
3. У трубу з рухомим повітрям заведена диференціальна термопара, один спай якої має температуру повітря, а другий – температуру стінки труби, близьку до температури гальмування. Визначити швидкість повітря в трубі, якщо різниця температур спаїв, заміряна термопарою складає 8 К .
4. Визначити критичні параметри потоку повітря, якщо температура потоку 2100 К , тиск 100 Н/м^2 і швидкість потоку 350 м/с . Виконати аналогічний розрахунок для гелію.
5. До і після адіабатного стиснення в деякому об'ємі повітря виконані виміри швидкості звуку. Визначити порядок зміни густини повітря, якщо швидкість звуку зросла на 3% .
6. У перерізі I дозвуковій частини ідеального сопла Лавалю відомі тиск в потоці $p_1 = 16 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, температура гальмування $T^* = 400 \text{ К}$, зведена швидкість $\lambda_1 = 0,6$. Потрібно визначити наведену швидкість λ_2 і тиск

газу в перерізі 2, де температура 273 K . Якою буде температура газу в перерізі сопла 3, де тиск газу дорівнює атмосферному?.

7. При випробуванні компресора у вихідному його перетині, площа якого $F = 0,1\text{ м}^2$; виміряні статичний тиск $p = 4,2 \cdot 10^5\text{ Н/м}^2$ і температура гальмування повітря $T^* = 480\text{ K}$. Визначити повний тиск повітря, якщо його витрата $G = 50\text{ кг/с}$.
8. Повітря тече по трубі змінного перерізу. Число Маха в першому перетині труби $M_1 = 1$, у другому перетині – $M_2 = 2$. Як співвідносяться швидкості в першому і в другому перетині?

РОЗДІЛ 5. РОЗГІН І ГАЛЬМУВАННЯ ГАЗОВОГО ПОТОКУ

Течія газу в елементах енергетичних машин і установок часто відбувається зі зміною швидкості потоку, тобто, в умовах його *розгону або гальмування*. Як випливає з рівнянь, наведених у розділі 4, зміна швидкості газу завжди супроводжується зміною параметрів стану. Ці зміни можуть бути викликані різними впливами, такими як підведення або відведення теплоти і роботи, поверхневе тертя, зміна площі прохідного перерізу каналу та ін.

5.1. ФОРМА КАНАЛУ, ЩО ЗАБЕЗПЕЧУЄ РОЗГІН АБО ГАЛЬМУВАННЯ ГАЗОВОГО ПОТОКУ

Вплив на газовий потік, зумовлений зміною площі поперечного перерізу каналу F , називають *геометричним впливом*. Розглянемо, як варто змінювати форму каналу, по якому тече газ, для того, щоб забезпечити його *розгін або гальмування*. Будемо вважати газ ідеальним, а течію без тертя і енергообміну з навколишнім середовищем ($q_{\text{вн}} = l_{\text{вн}} = l_{\text{г}} = 0$), тобто *адіабатним*.

Канал, в якому швидкість потоку збільшується ($dc > 0$) по довжині, називається *соплом*. Як видно з рівнянь (4.41) і (4.25), при течії газу в соплі відбувається зниження тиску ($dp < 0$), температури ($di < 0$) і густини. Таким чином, при течії в соплі *газ розширюється*.

Канал, в якому відбувається зменшення швидкості потоку газу ($dc < 0$), називається *дифузором*. При гальмуванні потоку зростають тиск ($dp > 0$), температура ($dT > 0$) і густина газу. При течії в дифузорі *газ стискається*.

Для ідеальної енергоізолюваної течії згідно рівнянню (4.41) виконується рівність $c \cdot dc = -v \cdot dp$. Підставимо значення $v \cdot dp$ з (2.36) в цей вираз. Тоді одержимо:

$$dv = \frac{cdc}{kp}. \quad (5.1)$$

З врахуванням рівняння стану ідеального газу $p \cdot v = R \cdot T$ вираз (5.1) записується так:

$$\frac{dv}{v} = \frac{cdc}{kRT}. \quad (5.2)$$

Так як $k \cdot RT = a^2$, то рівняння (5.2) приймає наступний вигляд:

$$\frac{dv}{v} = M^2 \frac{dc}{c}. \quad (5.3)$$

Підставивши в (5.3) величину $\frac{dv}{v}$ з рівняння неперервності (4.3*), після перетворень отримаємо:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = \frac{dF}{F}. \quad (5.4)$$

Рівняння (5.4) пов'язує величину dc , що визначає характер зміни швидкості потоку, з величиною dF , яка характеризує зміну площі прохідного перерізу каналу [3, 4].

5.1.1. Геометрична форма сопла

Визначимо, яку форму повинен мати канал, призначений для розгону потоку. Якщо швидкість потоку на вході в сопло менше швидкості

звуку ($M < 1$), то величина $(M^2 - 1) < 0$. Тоді рівняння (5.4) виконується при $dF < 0$. Таким чином, для розгону дозвукового потоку канал повинен *звужуватись* (рис. 5.1а). Якщо на вході в сопло швидкість потоку надзвукова ($M > 1$), то величина $(M^2 - 1) > 0$ і відповідно до рівняння (5.4) має дотримуватися умова $dF > 0$. Отже, для розгону надзвукового потоку канал повинен *розширюватись* (рис. 5.1б).

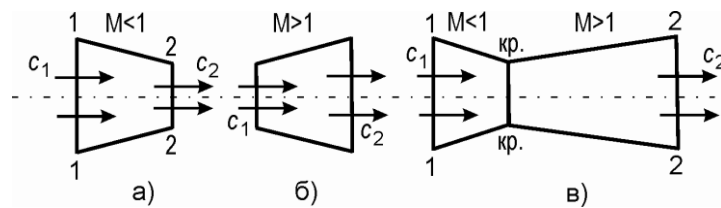


Рис. 5.1. Форма канала для розгону і гальмування газового потоку

З рівняння (5.4) випливає, що неможливо здійснити розгін потоку від дозвукової швидкості до надзвуковий в соплах, які тільки розширюються або звужуються. Для цієї мети необхідно застосовувати *комбіноване сопло* (рис. 5.1в), що складається з ділянки, яка звужується і розширюється. У частині сопла, що звужується потік розганяється до швидкості, яка дорівнює швидкості звуку ($M = 1$), а в частині, яка розширюється відбувається подальше збільшення швидкості надзвукового потоку. Мінімальний перетин сопла, в якому швидкість потоку дорівнює місцевій швидкості звуку, називають *критичним перерізом*. Параметри потоку в цьому перерізі називають критичними параметрами. Такі сопла, що звужуються-розширюються називають *соплами Лавалю*.

Пояснимо виявлені закономірності зміни форми сопла, призначених для розгону потоків з різними швидкостями, базуючись на формулі (5.3), яка встановлює зв'язок відносної зміни об'єму газу $(dv)/v$ з відносною зміною швидкості $(dc)/c$ при різних числах Маха. З (5.3) випливає, що при дозвукових швидкостях газу ($M < 1$), відносна зміна об'єму менша відносного зміни швидкості $\left(\frac{dv}{v} < \frac{dc}{c}\right)$. Відтак, густина газу при розгоні

дозвукового потоку знижується в меншій мірі, ніж зростає швидкість газу, що відповідно до рівняння (4.1) потребує зменшення площі прохідного перетину уздовж сопла. У потоці, що рухається з надзвуковою швидкістю ($M > 1$), ситуація зворотна: збільшення швидкості супроводжується більш інтенсивним розширенням газу $\left(\frac{dv}{v} > \frac{dc}{c}\right)$. При такій зміні параметрів потоку необхідно збільшувати площу прохідного перерізу вздовж сопла [3,4].

5.1.2. Геометрична форма дифузора

Якщо за допомогою формули (5.4) виконати аналогічний аналіз, то можна встановити, що дозвуковий потік ($M < 1$) *гальмується в каналі, що розширюється* ($dF > 0$, рис. 5.2а). Якщо на вході в дифузор потік надзвуковий ($M > 1$), то для його гальмування необхідно застосовувати канал, що звужується ($dF < 0$, рис. 5.2б). Зниження швидкості потоку від надзвукової до дозвукової можливо в комбінованому (звужується-розширюється) дифузори (рис. 5.2в), часом так званому *зверненому соплі Лавалю*. У частині, що звужується такого дифузора швидкість надзвукового потоку поступово знижується до швидкості звуку ($M = 1$), а в частині, яка розширюється відбувається гальмування дозвукового потоку. Мінімальний переріз дифузора, де $M = 1$, прийнято називати *критичним перерізом або «горлом»*. Причина різного характеру зміни площі дифузора для гальмування дозвукового і надзвукового потоків, як і у сопла, полягає в різній інтенсивності зменшення об'єму газу при зниженні його швидкості у випадку $M > 1$ або $M < 1$.

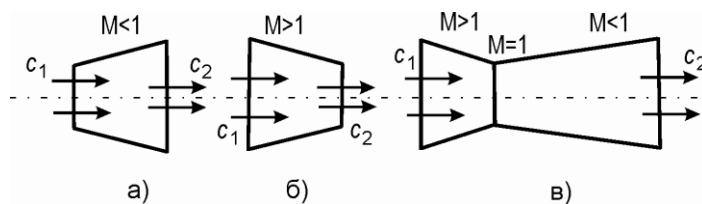


Рис. 5.2. Розгін і гальмування газового потоку в каналах, які звужуються або розширюються

Відзначимо, що реальний процес гальмування надзвукового потоку в дифузорах завжди супроводжується появою стрибків ущільнення, в яких відбувається ступінчата зміна швидкості і параметрів повітря з частковою дисипацією його енергії [3, 4].

5.2. ІДЕАЛЬНА ТЕЧІЯ ГАЗУ В СОПЛАХ

Будемо вважати, що газ ідеальний, а течія без тертя і енергообміну з навколишнім середовищем. Розгін газу супроводжується зниженням тиску. Тому, тиск газу перед соплом завжди вище, ніж тиск навколишнього середовища, в яку відбувається витікання газу. На *рис. 5.1а*, в наведені схеми сопла, що звужується і сопла Лаваля, які розглянуті нижче і дані позначення їх характерних перерізів.

5.2.1. Основні визначення

Наявним ступенем зниження тиску газу в соплі називається відношення повного тиску газу на вході в сопло до тиску навколишнього середовища $\pi_{с.р.} = p_1^*/p_H$. *Дійсним ступенем пониження тиску* газу в соплі називається відношення повного тиску газу на вході в сопло до тиску у вихідному перерізі сопла $\pi_c = p_1^*/p_2$. Ступінь зниження тиску газу, за якої газ розганяється до місцевої швидкості звуку, називається *критичною* $\pi_{кр.} = p_1^*/p_{кр.}$. З (4.20) слідує:

$$\pi_{кр.} = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (5.5)$$

Як видно з рівняння (5.5), критичний ступінь зниження тиску в соплі Лаваля залежить тільки від показника адіабати k газу (*табл. 5.1*).

Таблиця 5.1 Величина $\pi_{кр.}$ при різних значеннях k

k	1,15	1,25	1,33	1,40	1,67
$\pi_{кр.}$	1,741	1,802	1,851	1,893	2,055

Розрізняють такі режими роботи сопла:

1. *Режим повного розширення*, коли тиск у вихідному перерізі сопла в точності дорівнює тиску навколишнього середовища ($p_2 = p_H$). В цьому випадку $\pi_c = \pi_{с.р.}$, де $\pi_{с.р.}$ – розрахункове значення наявного ступеня розширення сопла. Для сопла Лаваля такий режим називається *розрахунковим*.
2. *Режим недорозширення (неповного розширення)*, коли тиск у вихідному перерізі сопла вище тиску навколишнього середовища ($p_2 > p_H$). В цьому випадку $\pi_c < \pi_{с.р.}$, і остаточне розширення газу і зниження його тиску до величини p_H відбувається за межами сопла.
3. *Режим перерозширення*, коли тиск у вихідному перерізі сопла нижче тиску навколишнього середовища, ($p_2 < p_H$). Відповідно, $\pi_c > \pi_{с.р.}$. Режим перерозширення, як буде показано нижче, реалізується тільки в соплі Лаваля.

5.2.2. Швидкість витікання газу з сопла

При енергоізоляції течії газу його швидкість у вихідному перерізі сопла (швидкість витікання) визначається з рівняння збереження енергії (4.25*), записаного для вхідного і вихідного перерізів сопла:

$$i_2 + \frac{c_2^2}{2} = i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i_1^* , \quad (5.6)$$

звідки:

$$c_2 = \sqrt{2(i_1^* - i_2)} . \quad (5.7)$$

Так як газ ідеальний, то $i_1^* - i_2 = c_p(T_1^* - T_2) = \frac{k}{k-1} R(T_1^* - T_2)$. Тоді:

$$c_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R(T_1^* - T_2)}. \quad (5.8)$$

Оскільки розглядається адіабатний процес розширення газу в соплі, то маємо:

$$T_2 = T_1^* \left(\frac{p_2}{p_1^*} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1^*}{\pi_c^{\frac{k-1}{k}}} \quad (5.9)$$

і тому:

$$c_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1^* \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1^*} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}, \quad (5.10)$$

або:

$$c_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1^* \left(1 - \frac{1}{\pi_c^{\frac{k-1}{k}}} \right)}. \quad (5.11)$$

Таким чином, швидкість витікання газу з сопла залежить від властивостей ідеального газу (k , R), повної температури газу перед соплом T_1^* і дійсного ступеня зниження тиску газу в соплі π_c .

Залежність швидкості витікання c_2 від π_c показана на *рис. 5.3*. З цього рисунка і формули (5.11) слідує, що при $\pi_c = 1,0$ швидкість $c_2 = 0$, а при $\pi_c = \pi_{кр}$ швидкість $c_2 = c_{кр}$ ($M_2 = 1$). Якщо величина π_c прямує до нескінченності, то швидкість витікання прямує до *граничної величини*:

$$c_{2пред} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1^*}. \quad (5.12)$$

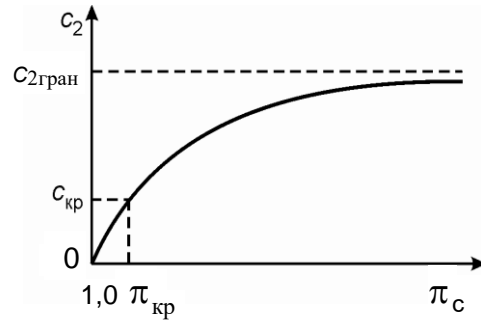


Рис. 5.3. Залежність швидкості витікання газу c_2 від дійсного ступеня зниження тиску π_c

Як видно з рівняння (5.12), навіть при $\pi_c = \infty$ гранична швидкість витікання газу з сопла має кінцеве значення. Це пояснюється тим, що при енергоізолюванні течії збільшення швидкості і кінетичної енергії газу відбувається тільки за рахунок зменшення його вхідної ентальпії, яка не є нескінченною величиною.

Як зазначалось вище, в соплі, що звужується можна розігнати потік тільки до швидкості, яка дорівнює швидкості звуку. Тому максимальна швидкість витікання газу з сопла, яке звужується обмежена значенням критичної швидкості $c_{кр}$ у відповідно до рівняння (4.22) [3, 4].

5.3. ІДЕАЛЬНА ТЕЧІЯ ГАЗУ В СОПЛАХ, ЯКІ ЗВУЖУЮТЬСЯ

5.3.1. Зміна параметрів потоку в соплі, яке звужується

Оскільки досліджувана течія, є енергоізолювана і без тертя, то параметри загальмованого потоку газу (T^* , p^* , ρ^*) по довжині сопла залишаються постійними. Зменшення статичного тиску вздовж сопла ($-dp$) призводить до зростання швидкості газу. Збільшення кінетичної енергії потоку знижує його ентальпію і температуру. У загальному випадку швидкість витікання з сопла, яке звужується визначається формулою (5.11), а температура газу у вихідному перерізі сопла T_2 – рівнянням (5.9). Внаслідок зниження температури газу величина місцевої швидкості звуку вздовж сопла зменшується.

Характер витікання газу з сопла, що звужується повністю визначається співвідношенням між значенням наявного і критичного ступеня зниження тиску ($\pi_{с.р.}$ і $\pi_{кр.}$). Дослідимо особливості течії газу при різних співвідношеннях між $\pi_{с.р.}$ і $\pi_{кр.}$. Для газу з незмінними фізичними властивостями величина $\pi_{кр.}$ постійна (табл. 5.1). Тому, співвідношення між $\pi_{с.р.}$ і $\pi_{кр.}$ може змінюватися тільки за рахунок збільшення або зменшення величини $\pi_{с.р.}$. Зауважимо, що величина $\pi_{с.р.}$ може змінюватися, як за рахунок зміни тиску перед соплом p_1^* , так і при зміні тиску навколишнього середовища p_H .

5.3.2. Наявний ступінь зниження тиску газу в соплі менше критичного

В цьому випадку, при ($\pi_{с.р.} < \pi_{кр.}$) в соплі відбувається повне розширення газу, тиск у вихідному перерізі сопла дорівнює тиску навколишнього середовища ($p_2 = p_H$), і тому, дійсний ступінь зниження тиску газу в соплі дорівнює наявному ($\pi_c = \pi_{с.р.}$). Оскільки $\pi_{с.р.} < \pi_{кр.}$, то наявного ступеня пониження тиску не вистачає для розгону газу до швидкості звуку. Швидкість витікання газу з сопла в цьому випадку менше швидкості звуку ($c_2 < a_2$; $M_2 < 1$). Характер зміни параметрів потоку вздовж сопла при даному співвідношенні між $\pi_{с.р.}$ і $\pi_{кр.}$ показано на рис. 5.4 а.

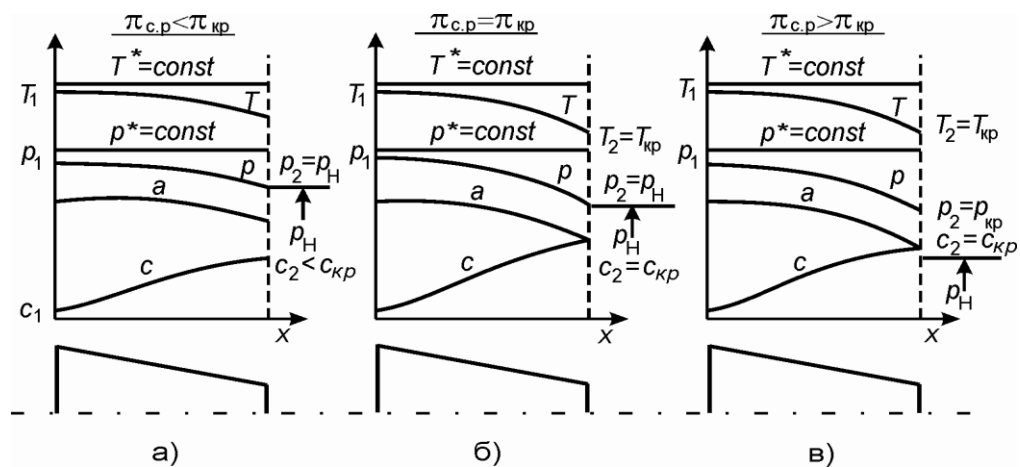


Рис. 5.4. Потік газу в соплі, яке звужується

5.3.3. Наявний ступінь зниження тиску газу в соплі рівний критичному

У цьому випадку ($\pi_{с.р.} = \pi_{кр.}$) швидкість витікання газу з сопла дорівнює місцевій швидкості звуку ($c_2 = a_2$; $M_2 = 1$). Розширення газу в соплі повне ($p_2 = p_H$), і дійсний ступінь зниження тиску газу дорівнює наявному ($\pi_c = \pi_{с.р.} = \pi_{кр.}$). Такий режим роботи сопла можна розглядати як граничний з режимів з повним розширенням газу в соплі, коли в соплі, що звужується досягається максимально можлива швидкість потоку. Зміна параметрів потоку уздовж сопла при $\pi_{с.р.} = \pi_{кр.}$ показана на *рис. 5.4б*. У вихідному перерізі сопла швидкість і параметри потоку дорівнюють критичним, які визначаються за рівняннями (4.19) – (4.22).

5.3.4. Наявний ступінь зниження тиску газу в соплі більший критичного

Незважаючи на підвищення величини $\pi_{с.р.}$ в області $\pi_{с.р.} > \pi_{кр.}$, швидкість витікання газу з сопла залишається критичною ($c_2 = a_2 = c_{кр.}$; $M_2 = 1,0$), так як в соплі, що звужується не можна розігнати потік до швидкості, що перевищує місцеву швидкість звуку. Відповідно, температура і тиск газу у вихідному перерізі сопла, а також величина π_c залишаються рівними критичним значенням. Основною особливістю даного режиму роботи сопла, що звужується є те, що розширення газу в соплі неповне, тиск газу у вихідному перерізі сопла вище тиску навколишнього середовища ($p_2 > p_H$), а дійсний ступінь зниження тиску менше наявного ($\pi_c > \pi_{с.р.}$). В даному випадку наявний ступінь зниження тиску газу не використовується в соплі для збільшення швидкості потоку. Зміна параметрів потоку вздовж сопла в цьому випадку (*рис. 5.4в*) буде такою ж, як в попередньому випадку.

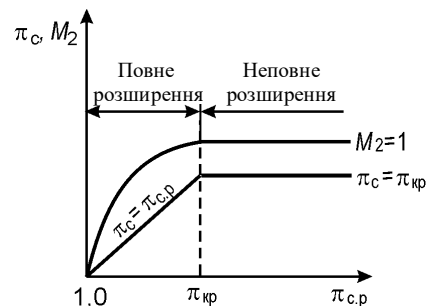
В цілому, графіки, наведені на *рис. 5.4*, відносяться до випадку, коли наявний ступінь зниження тиску $\pi_{с.р.}$ змінюється за рахунок зміни

тиску навколишнього середовища p_H . Однак розглянуті вище закономірності залишаються такими ж, якщо величина $\pi_{с,р}$ змінюється шляхом зміни повного тиску на вході в сопло p_1^* .

5.3.5. Вплив $\pi_{с,р}$ на потік газу в соплі, що звужується

На *рис. 5.5* показані залежності π_c і числа M_2 (або, те саме, що і швидкості витікання c_2) від $\pi_{с,р}$. В області $1 < \pi_{с,р} \leq \pi_{кр.}$ сопло працює з повним розширенням газу ($\pi_c = \pi_{с,р}$), тому, залежність π_c від $\pi_{с,р}$ представляє собою пряму лінію, що виходить з початку координат під кутом 45° . Число M_2 і, відповідно, швидкість витікання c_2 з ростом $\pi_{с,р}$ збільшуються, досягаючи критичних величин ($M_2 = 1$; $c_2 = c_{кр.}$) при $\pi_{с,р} = \pi_{кр.}$. Подальше збільшення $\pi_{с,р}$ в області $\pi_{с,р} > \pi_{кр.}$ не змінює ані π_c , ані M_2 .

Рис. 5.5. Залежність π_c і M_2 від $\pi_{с,р}$



На основі викладеного, на *рис. 5.5* можна виділити дві характерні області: область повного розширення газу в соплі (при $1 < \pi_{с,р} \leq \pi_{кр.}$) і область недорозширення (при $\pi_{с,р} > \pi_{кр.}$).

В області значень $\pi_{с,р} > \pi_{кр.}$ зміна зовнішніх умов не позначається на характері потоку газу в соплі. Зокрема, зміна тиску p_H і пов'язана з ним зміна $\pi_{с,р}$ не впливають на параметри потоку у вихідному перерізі сопла. Фізично це пояснюється тим, що збурення за рахунок зміни тиску поширюється в газі зі швидкістю звуку. У випадках, коли у вихідному перерізі сопла швидкість витікання газу дорівнює місцевій швидкості

звуку, зміна тиску навколишнього середовища не може поширитися назустріч потоку всередину сопла і вплинути на течію газу в ньому. Сопло при цьому буде «зачинене».

Відмітимо, що хоча в області $\pi_{с.р.} > \pi_{кр.}$, швидкість витікання газу з сопла, що звужується c_2 не може бути більшою за місцеву швидкість звуку, підвищити її абсолютну величину можна за рахунок збільшення температури газу на вході в сопло T_1^* , так як величина швидкості звуку визначається температурою газу.

5.3.6. Витрата газу

Витрата газу з сопла, що звужується може бути визначена за формулою (4.55), яка для вихідного перерізу сопла записується наступним чином:

$$G = m \frac{p_2^*}{\sqrt{T_2^*}} F_2 q(\lambda_2). \quad (5.13)$$

Зважаючи на те, що при ідеальному, енергоізолюваному потоку в соплі $p_2^* = p_1^*$ і $T_2^* = T_1^*$, формула (5.13) приймає наступний вигляд:

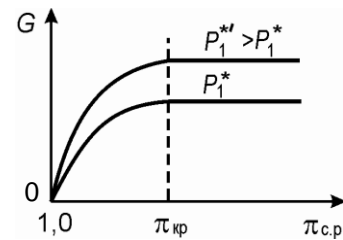
$$G = m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} F_2 q(\lambda_2). \quad (5.14)$$

З (5.14) видно, що витрата газу залежить від роду газу (m), параметрів загальмованого потоку на вході в сопло (p_1^* , T_1^*), площі вихідного перерізу сопла F_2 і дійсного ступеня зниження тиску газу в соплі, який визначає величину відносної густини струму в вихідному перерізі $q(\lambda_2)$. Якщо $\pi_c = \pi_{кр.}$, що, як зазначалося, має місце при $\pi_{с.р.} \geq \pi_{кр.}$, то $q(\lambda_2) = 1$, так як параметри газу у вихідному перерізі сопла критичні. Тому формула (5.14) в даних умовах може бути записана у вигляді:

$$G = m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} F_2. \quad (5.15)$$

На *рис. 5.6* показана залежність витрати газу від наявного ступеня зниження тиску при різних значеннях p_1^* . При $\pi_{с.р.} = 1,0$ потік газу в соплі відсутній і $G = 0$. Збільшення $\pi_{с.р.}$ в області $1 < \pi_{с.р.} \leq \pi_{кр.}$ приводить до збільшення витрати газу за рахунок зростання швидкості витікання.

Рис. 5.6. Залежність витрати газу від наявного ступеня зниження тиску при різних значеннях P_1^*



При $\pi_{с.р.} > \pi_{кр.}$ зміна величини $\pi_{с.р.}$ (за рахунок p_H) не впливає на витрату газу, в цьому випадку параметри потоку в соплі залишаються постійними, незважаючи на зміну тиску навколишнього середовища p_H . Зі збільшенням тиску на вході в сопло p_1^* витрата газу зростає при всіх режимах роботи сопла (5.14) як за умови $1 < \pi_{с.р.} \leq \pi_{кр.}$, так і при $\pi_{с.р.} > \pi_{кр.}$ [3, 4].

5.4. ІДЕАЛЬНА ТЕЧІЯ ГАЗУ В СОПЛАХ ЛАВАЛЯ

Сопло Лавалю застосовується в тому випадку, коли необхідно одержати надзвукові швидкості витікання. Це може бути досягнуто, якщо наявний ступінь зниження тиску перевершує критичну величину. Тому, далі ми будемо розглядати процес витікання з сопла Лавалю за умови $\pi_{с.р.} > \pi_{кр.}$.

5.4.1. Зміна параметрів потоку вздовж сопла Лаваля

При ідеальній енергоізолюваній течії газу параметри потоку змінюються по довжині сопла Лаваля так, як показано на *рис. 5.7*. У частини сопла, що звужується потік розганяється до швидкості звуку, яка досягається в критичному (мінімальному) перерізі сопла. Течія газу і зміна параметрів потоку до критичного перерізу сопла повністю аналогічні течії в соплі, звужується при $\pi_{с.р.} \geq \pi_{кр.}$ (*рис. 5.4*).

У частини сопла, що розширюється відбувається розгін надзвукового потоку. Швидкість газу вздовж сопла зростає, а тиск і температура падають. При цьому в соплі Лаваля, як і в соплі, яке

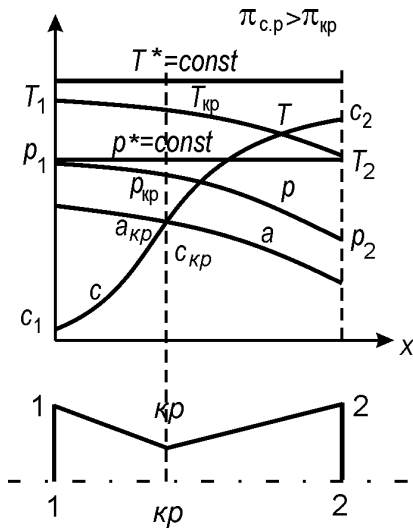


Рис. 5.7. Параметри потоку при ідеальній енергоізолюваній течії газу в соплі Лаваля

звужується, при відсутності тертя і теплообміну зі стінками, температура і тиск загальмованого потоку *постійні* вздовж сопла ($T^* = const$; $p^* = const$).

Важливою характеристикою сопла Лаваля є відносна площа вихідного перерізу сопла $\overline{F_2} = \frac{F_2}{F_{кр}}$. З рівняння нерозривності, записаного для критичного і вихідного перерізів, випливає:

$$\overline{F_2} = \frac{c_{кр} \rho_{кр}}{c_2 \rho_2} = \frac{1}{q(\lambda_2)}. \quad (5.16)$$

Аналогічним чином для довільного перерізу сопла з площею F можна записати:

$$\bar{F} = \frac{F}{F_{кр}} = \frac{1}{q(\lambda)}. \quad (5.17)$$

При заданій величині показника адіабати k існує однозначний зв'язок між відносною густиною струму $q(\lambda)$ й іншими газодинамічними функціями M , λ , $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $e(\lambda)$, які визначають параметри потоку в аналізованому довільному перерізі сопла при заданих значеннях p_1^* і T_1^* (розділ 4). Таким чином, якщо відомий закон профілювання сопла Лавалю, тобто зміна площі прохідних перерізів по довжині сопла, то це дозволяє визначити зміну відносної густини струму $q(\lambda)$ і інших газодинамічних функцій, а, відповідно, і всіх параметрів потоку, вздовж сопла.

5.4.2. Вплив \bar{F}_2 на течію газу в соплі

На рис. 5.8 показана зміна відносної густини струму $q(\lambda)$ в соплі Лавалю. У критичному перерізі відносна густина струму досягає максимального значення $q(\lambda_{кр.}) = 1$, а в частинах сопла, які звужується і розширюється $q(\lambda)$ знижується при збільшенні F .

Дійсний ступінь зниження тиску газу в соплі π_c пов'язаний з величиною \bar{F}_2 . Встановимо цей зв'язок, використовуючи рівність витрат газу в критичному і вихідному перерізах сопла $F_{кр.} \cdot c_{кр.} \cdot \rho_{кр.} = F_2 \cdot c_2 \cdot \rho_2$. Підставивши в цю рівність значення величин, що визначаються формулами (4.21), (4.22), (5.11) и (2.38), отримаємо:

$$F_{кр.} \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_1^*} \rho_1^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} = F_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1^* \left(1 - \frac{1}{\pi_c^{\frac{k-1}{k}}} \right)} \rho_1^* \frac{1}{\pi_c^{\frac{1}{k}}}.$$

Після скорочень і нескладних перетворень приводимо рівняння до виду:

$$\bar{F}_2 = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{ \left[\frac{k-1}{k+1} \right] \frac{\pi_c^{\frac{k+1}{k}}}{\pi_c^{\frac{k-1}{k}} - 1} }. \quad (5.18)$$

На *рис. 5.9* залежність (5.18) представлена графічно. Видно, що при заданому показнику k існує однозначний зв'язок між \bar{F}_2 і π_c . В соплі Лавалю з незмінною геометрією ($\bar{F}_2 = \text{const}$) течія газу відбувається при постійному значенні π_c , величина якої не змінюється при відхиленні p_1^* або p_H (і відповідної їм величини $\pi_{c,p}$) від розрахункових значень, якщо при цьому не відбувається відриву потоку від стінок сопла. Відповідно, розрахунковий режим роботи сопла Лавалю ($p_2^* = p_H$) при заданих значеннях тиску на вході p_1^* і навколишнього середовища p_H забезпечується тільки при одному єдиному значенні \bar{F}_2 , яке може бути вираховано з рівняння (5.18) або визначено з *рис. 5.9*. Якщо ж геометрія сопла задана (відомо значення \bar{F}_2), то кожному значенню тиску p_H на розрахунковому режимі відповідає певна величина тиску p_1^* , яка може бути знайдена з рівняння (5.18) або з *рис. 5.9* при заданій величині відношення π_c .

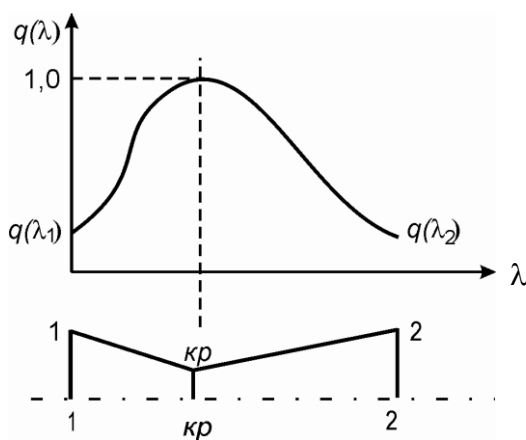


Рис. 5.8. Зміна газодинамічної функції $q(\lambda)$ в соплі Лавалю

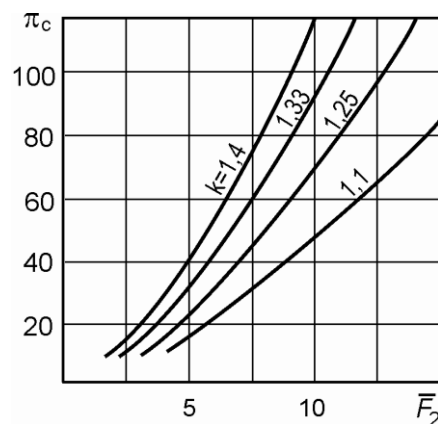


Рис. 5.9. Залежність (5.18)

Зі сказаного випливає також, що відношення однойменних параметрів газу перед соплом і у вихідному перерізі також однозначно визначаються величиною \overline{F}_2 . Дійсно, оскільки $\pi_c = \frac{p_1^*}{p_2} = f(\overline{F}_2)$, то відповідно до рівняннями зв'язку параметрів стану в адіабатному процесі можна записати $\frac{T_1^*}{T_2} = \varphi(\overline{F}_2)$ і $\frac{\rho_1^*}{\rho_2} = \psi(\overline{F}_2)$. Якщо $\overline{F}_2 = \text{const}$, то $\frac{p_1^*}{p_2} = \text{const}$, $\frac{T_1^*}{T_2} = \text{const}$ і $\frac{\rho_1^*}{\rho_2} = \text{const}$.

Отже, при $\overline{F}_2 = \text{const}$ зміна тиску і температури газу на вході в сопло (p_1^* ; T_1^*) викликає пропорційну зміну тиску і температури у вихідному перерізі сопла (p_2 ; T_2). Проводячи аналогічні міркування для довільного перерізу сопла Лавалю з площею F , можна встановити, що зміна p_1^* і T_1^* викликає пропорційну зміну тиску і температури в довільному перерізі, а отже, і по всій довжині сопла.

5.4.3. Витрата газу

Витрата газу через сопло Лавалю виражається через параметри критичного перетину сопла. Тоді з (4.55) випливає:

$$G = m \frac{p_{kp}^*}{\sqrt{T_{kp}^*}} F_{kp} q(\lambda_{kp}). \quad (5.19)$$

Оскільки $q(\lambda_{kp}) = 1,0$ і, крім того, $T_{kp}^* = T_1^*$, $p_{kp}^* = p_1^*$, то можна записати:

$$G = m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} F_{kp}. \quad (5.20)$$

Таким чином, витрата газу через сопло Лавалю визначається властивостями газу (k , R), вхідними параметрами газу p_1^* , T_1^* , а також

площею критичного перерізу сопла, оскільки цей переріз є лімітуючим витрату газу через сопло.

5.4.4. Вплив p_1^* і p_H на течію газу в соплі

На *рис. 5.10* показана залежність тиску у вихідному перерізі p_2 , числа M_2 (що еквівалентно швидкості c_2) і витрати газу через сопло G від тиску на вході в сопло p_1^* при заданій геометрії сопла ($\overline{F_2} = \text{const}$) і $T_1^* = \text{const}$. При $p_1^* = p_{1^* \text{ розр.}}$ сопло працює в розрахунковому режимі ($p_{2 \text{ розр.}} = p_H$; $\pi_c = \pi_{c.p.}$). Збільшення p_1^* (і, відповідно, $\pi_{c.p.}$) приводить, як вказувалось, до пропорційного зростання тиску p_2 . При цьому дійсна ступінь зниження тиску газу в соплі π_c залишається постійною, а отже, постійні число M_2 і швидкість витікання c_2 . Витрата газу через сопло зростає пропорційно величині p_1^* . Таким чином, відхилення від розрахункового режиму роботи сопла Лаваля за рахунок підвищення p_1^* ($\pi_{c.p.}$) переводить його на режим недорозширення ($p_2 > p_H$).

Відхилення від розрахункового режиму при зниженні p_1^* ($\pi_{c.p.}$) призводить спочатку до пропорційного зниження тиску p_2 при збереженні $\pi_c = \text{const}$. Число M_2 (і швидкість c_2) залишається без зміни, а витрата газу

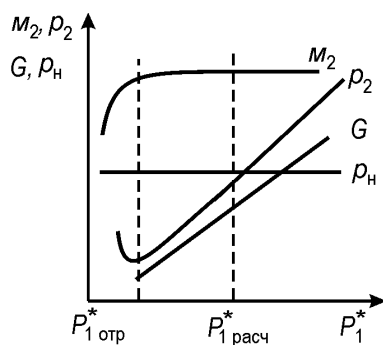


Рис. 5.10. Залежність тиску p_2 і числа Маха M_2 у вихідному перерізі сопла та витрати газу через сопло G від тиску на вході в сопло p_1^* ($F_2 = \text{const}$)

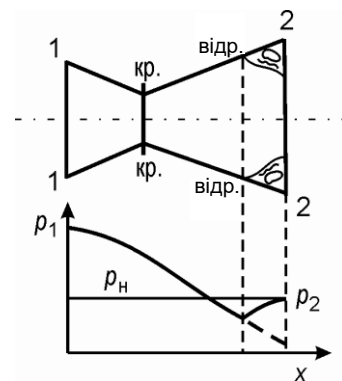


Рис. 5.11. Схема течії газу в соплі Лаваля з відривом потоку

через сопло знижується пропорційно p_1^* . Сопло переходить на *режим перерозширення* ($p_2 < p_H$). При глибокому перерозширенні, коли тиск p_2 стає істотно менше p_H (приблизно в 2...3 рази), *відбувається відрив (відр.- відр., рис. 5.11) потоку від стінок сопла*. Тиск навколишнього середовища проникає в зону відривної течії, що підвищує тиск у вихідному перерізі сопла. При виникненні відриву площа струменя на виході з сопла звужується, швидкість витікання c_2 і число M_2 зменшуються. Схема течії газу в соплі Лавалю при відриві потоку наведена на *рис. 5.11*. Тут до перерізу *відр.- відр.* потік розганяється і тиск газу падає. При безвідривній течії тиск продовжував би зменшуватися вздовж сопла, як показано штриховою лінією. Однак внаслідок появи відриву потоку від стінок відбувається звуження струменя і тиск підвищується до $p_2 \approx p_H$.

Фізична причина появи відриву потоку полягає в наступному. При реальній течії газу, внаслідок впливу його в'язкості, біля стінок сопла швидкість потоку знижується від надзвукової до нульової швидкості на поверхні стінки. Це зниження швидкості спостерігається в тонкій пристінковій частині потоку, яку називають *примежовим шаром*. Тиск зовнішнього середовища p_H , перевищує тиск p_2 , може поширюватися всередину сопла тільки *через примежовий шар, в якому має місце дозвукова течія*. Відрив потоку відбувається в результаті складного впливу зовнішнього тиску на течію газу в приграничному шарі. У міру зниження тиску p_1^* (и $\pi_{с.р.}$) переріз *відриву (рис. 5.11)* переміщується до критичного перерізу сопла. Характер зміни витрати газу при зниженні p_1^* з відривом потоку в соплі не змінюється (*рис. 5.10*), тому що поява відриву не змінює течії газу в критичному перерізі сопла, яке, як зазначалося вище, визначає витрату газу.

Зміна тиску навколишнього середовища p_H (і відповідно $\pi_{с.р.}$) не впливає на течію газу в соплі Лавалю, тому що зміна зовнішніх умов не викликає перестройку течії в соплі, у якій швидкість витікання газу надзвукова. Однак, при підвищенні величини p_H до значень, які в 2–3 рази

перевищують p_2 , в соплі виникає відрив потоку та пов'язані з цим зміни течії газу, розглянуті вище [3, 4].

5.5. РОЗГІН І ГАЛЬМУВАННЯ ПОТОКУ ГАЗУ ПРИ РІЗНОМАНІТНИХ ВПЛИВАХ

У попередніх параграфах розглядалась течія ідеального енергоізовованого потоку газу при відсутності тертя і постійної витрати в каналі. У реальних умовах течія газу в каналах енергетичних установок відбувається з тертям і енергообміном з навколишнім середовищем; крім того, в каналі можливий відведення або підведення додаткової маси газу.

Розглянемо течію ідеального газу в каналі при наявності різноманітних впливів на потік, тобто при умовах: $q_{\text{вн.}} \neq 0$; $l_{\text{вн.}} \neq 0$; $l_r \neq 0$; $G = \text{var}$; $F = \text{var}$. Виведемо рівняння, аналогічне рівнянню (5.4), що враховує вплив цих чинників на швидкість потоку. Течію ідеального газу при вказаних умовах описують такими рівняннями:

- рівняння нерозривності:
$$\frac{dG}{G} = \frac{dF}{F} + \frac{dc}{c} + \frac{d\rho}{\rho};$$
- рівняння збереження енергії:
$$\delta q_{\text{вн}} - \delta l_{\text{вн}} = c_p dT + \frac{dc^2}{2};$$
- узагальнене рівняння Бернуллі:
$$-\delta l_{\text{вн}} = \frac{dp}{\rho} + \frac{dc^2}{2} + \delta l_r;$$
- рівняння стану ідеального газу:
$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T}.$$

Сумісне розв'язання цих рівнянь призводить до наступного співвідношення:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = \frac{dF}{F} - \frac{dG}{G} - \frac{k-1}{a^2} \delta q_{\text{вн}} - \frac{1}{a^2} \delta l_{\text{вн}} - \frac{k}{a^2} \delta l_r. \quad (5.21)$$

Рівняння (5.21) дозволяє проаналізувати, як різноманітні параметри впливають на швидкість дозвукового і надзвукового потоку. Так, зокрема, геометричний вплив на потік ($dF \neq 0$) при $\delta q_{\text{вн.}} = \delta l_{\text{вн.}} = dG = \delta l_r = 0$ характеризується рівнянням (5.4), що було показано раніше. Розглянемо вплив інших параметрів. Аналіз рівняння (5.21), показує, що розгін або гальмування потоку газу за рахунок різних чинників вимагає зміни знака впливу на обернений при переході через швидкість звуку. Ствердження про необхідність зміни знака впливу при переході через швидкість звуку називається *законом звернення впливів*, а рівняння (5.21) є аналітичної записом цього закону.

5.5.1. Витратний вплив

В даному випадку витрата газу вздовж сопла є змінною $dG \neq 0$, а всі інші впливи відсутні, тобто $dF = \delta q_{\text{вн.}} = \delta l_{\text{вн.}} = \delta l_r = 0$. Тоді рівняння (5.21) приймає вигляд:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = -\frac{dG}{G}. \quad (5.22)$$

З рівняння (5.22) випливає, що розгін дозвукового потоку ($M < 1$) в каналі сталого перерізу відбувається при $dG > 0$, т.е. *при підведенні додаткового газу через стінки каналу*. Для отримання надзвукової швидкості ($M > 1$) необхідно змінити знак впливу на протилежний, тобто *відводити газ з каналу* ($dG < 0$). Канал сталого перерізу, в якому збільшення швидкості газу досягається за рахунок зміни витрат по його довжині, називається *витратним соплом*. Схема витратного сопла наведена на *рис. 5.12*. Тут в каналі циліндричної форми ($dF = 0$) газ підводиться (або відводиться) через перфоровані стінки каналу.

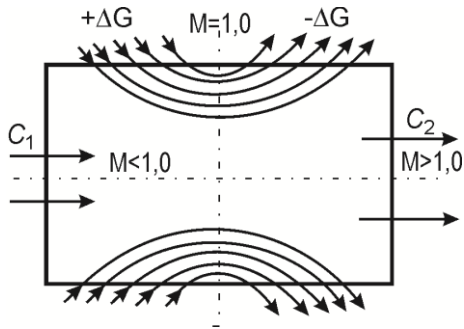


Рис. 5.12. Схема витратного сопла

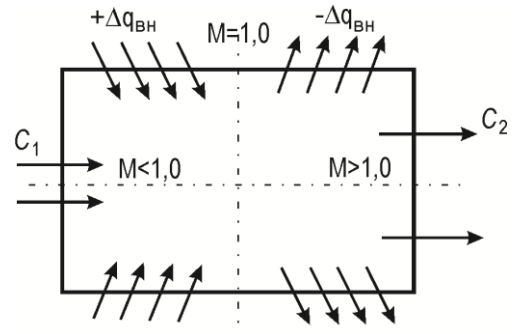


Рис. 5.13. Схема теплового сопла

Фізично характер витратного впливу на течію в соплі пояснюється тим, що підведення газу через стінки в дозвуковій частини сопла як би зменшує ефективну площу перерізу потоку (рис. 5.12), а відведення газу в надзвуковій частини - збільшує її. Умовна лінія, що розділяє основний потік і частину газу, що підводиться і відводиться через стінки витратного сопла, утворює профіль сопла. Протилежну дію на потік, а, саме, підведення газу при надзвуковій течії і відведення при дозвуковом, відповідно до (5.22) приводить до гальмування потоку ($dc < 0$).

5.5.2. Тепловий вплив

Якщо $\delta q_{\text{вн.}} \neq 0$, а $dF = dG = \delta l_{\text{вн.}} = \delta l_r = 0$, то рівняння (5.21) можна записати як:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = -\frac{k-1}{a^2} \delta q_{\text{вн.}} \quad (5.23)$$

З рівняння (5.23) випливає, що підведення теплоти $\delta q_{\text{вн.}} > 0$ на дозвуковий потік газу ($M < 1$) спричинює зростання його швидкості, а для збільшення швидкості надзвукового потоку ($M > 1$) теплота повинна відводитися ($\delta q_{\text{вн.}} < 0$). Канал, в якому розгін потоку відбувається під впливом підведення або відведення теплоти, називається *тепловим соплом* (рис. 5.13). Рівняння (5.23) показує, що за рахунок підведення теплоти

дозвуковий потік в каналі сталого перерізу можна розігнати тільки до швидкості, що дорівнює *місцевої швидкості звуку*. Подальше підведення теплоти до потоку, який досяг швидкості звуку, спричинює зменшення витрати газу внаслідок зниження його густини. *Це явище називається «тепловим кризою».*

Аналіз процесу гальмування показує, що підведення теплоти ($\delta q_{\text{вн.}} > 0$) до надзвукового потоку ($M > 1$) і відведення теплоти від дозвукового ($\delta q_{\text{вн.}} < 0$) ($M < 1$) призводить до його гальмування.

5.5.3. Механічний вплив

При $\delta l_{\text{вн.}} \neq 0$ і $dG = dF = \delta q_{\text{вн.}} = \delta l_r = 0$ рівняння (5.21) записується у вигляді:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = -\frac{1}{a^2} \delta l_{\text{вн.}} \quad (5.24)$$

Відповідно до рівняння (5.24) дозвуковий потік ($M < 1$), що здійснює зовнішню (ефективну) роботу ($\delta l_{\text{вн.}} > 0$), *прискорюється*. Якщо ж на дозвуковий потік підводиться зовнішня робота ($\delta l_{\text{вн.}} < 0$), то відбувається *гальмування*. У випадку надзвукового потоку ефект від механічного впливу буде оберненим.

5.5.4. Вплив тертя

З рівняння (5.21) при $\delta l_r \neq 0$ і $dF = dG = \delta q_{\text{вн.}} = \delta l_{\text{вн.}} = 0$, отримаємо:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = -\frac{k}{a^2} \delta l_r \quad (5.25)$$

На відміну від інших впливів, робота тертя може бути тільки позитивною ($\delta l_r > 0$). Тому, *наявність тертя при відсутності інших*

впливів призводить до розгону дозвукового потоку. Це пов'язано з тим, що робота тертя переходить в теплоту, а підведення теплоти на дозвуковий потік, як було показано вище, його розганяє.

Однак слід мати на увазі, що розгін потоку під дією тертя ($dc > 0$) супроводжується зменшенням тиску ($dp < 0$). Це зниження тиску буде відбуватися в більшій мірі, ніж при аналогічному розгоні потоку без тертя за рахунок інших впливів (наприклад, геометричного), що пояснюється дисипацією енергії в потоці з тертям і проявляється в зменшенні повного тиску газу p^* вздовж каналу.

5.5.5. Спільна дія кількох чинників на течію газу в соплі

Це питання розглянемо на прикладі течії газу в соплі *при наявності тертя і геометричного впливу*. З рівняння (5.21) при $\delta l_{\text{вн.}} = \delta q_{\text{вн.}} = dG = 0$ отримаємо наступний вираз:

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} = \frac{dF}{F} - \frac{k}{a^2} \delta l_r. \quad (5.26)$$

При досягненні швидкості потоку, що дорівнює швидкості звуку ($M = 1$), рівняння (5.26) набуває наступного вигляду:

$$\frac{dF}{F} = \frac{k}{a^2} \delta l_r. \quad (5.27)$$

Так як постійно $\delta l_r > 0$, в соплі Лавалю при наявності тертя швидкість звуку, відповідно до (5.27), досягається при $dF > 0$, тобто, в частині сопла, що розширюється. З цієї причини в соплі, яке звужується, тертя призводить до того, що швидкість потоку у вихідному перерізі буде менше швидкості звуку.

Аналіз розгону потоку в соплі Лавалю з підведенням або відведенням теплоти через стінки дозволяє встановити, що при підведенні

теплоти ($\delta q_{\text{вн.}} > 0$) швидкість звуку досягається в частини сопла, яке розширюється ($dF > 0$), а при відведенні ($\delta q_{\text{вн.}} < 0$) – в частині, яка звужується ($dF < 0$) [3].

5.6. Запитання для самоконтролю

1. В чому полягає геометричний вплив на потік. Як повинна змінюватися форма каналу для розгону і гальмування потоку?
2. Дайте визначення сопла і дифузора. Як за рахунок геометричної дії можна перевести потік з надзвукового стану в дозвуковий?
3. Що таке критичне відношення тисків в соплі? Від чого воно залежить? Яке відношення тисків необхідне в соплі, що звужується для досягнення швидкості звуку?
4. Дайте характеристику можливих режимів ідеальної течії, енергоізолюваної течії в соплі, яке звужується.
5. Від яких параметрів залежить витрата газу в соплі, яке звужується?
6. Чи можна збільшити витрату газу через сопло, яке звужується за рахунок зменшення тиску навколишнього середовища? А за рахунок збільшення тиску на вході в сопло?
7. Як змінюється місцева швидкість звуку по довжині сопла Лавалю?
8. Дайте визначення розрахункового і нерозрахункового режимів течії в соплі Лавалю.
9. Які фізичні причини появи відриву потоку в соплі Лавалю?
10. Які рівняння визначають ідеальну, енергоізолювану течію газу з урахуванням сил тертя?
11. Запишіть і виконайте аналіз рівняння обернення впливів.
12. Як впливає поверхневе тертя на ідеальну, енергоізолювану течію газу в соплі Лавалю?

5.7. Задачі для самостійного розв'язування

1. Повітря за температури $15\text{ }^{\circ}\text{C}$, перетікає трубою діаметром 8 мм з резервуара з тиском 12 атм в інший, розташований поруч, із тиском 8 атм . Визначити швидкість витікання повітря, його температуру при переході в другий резервуар і кількість повітря (кг/год), що перетікло за 1 годину .
2. У вакуумній сушарці підтримується вакуум 350 мм.рт.ст. , атмосферний тиск становить 770 мм.рт.ст. , температура повітря – $27\text{ }^{\circ}\text{C}$. Визначити кількість повітря, яка надходить в сушарку зовні за 1 годину через щілину шириною 6 мм^2 .
3. Розрахувати сопло, що розширюється, якщо витрата продуктів згоряння дорівнює 2800 кг/год . Відпрацьовані гази розглядати як двоатомний газ із газовою сталою $R = 294\text{ Дж/(кг K)}$. Початкова температура газів 2500 K , тиск перед входом в сопло 20 атм , а на виході – $0,8\text{ атм}$. Кут конусності сопла прийняти рівним $2\alpha = 12^{\circ}$.
4. В резервуарі, заповненому киснем, підтримується тиск 50 бар . Газ витікає через сопло в середовище з тиском 40 бар . Початкова температура кисню – $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Визначити теоретичну швидкість витікання і витрату, якщо площа вихідного перетину сопла 20 мм^2 . Знайти також теоретичну швидкість витікання кисню і його витрату, якщо витікання буде відбуватися в атмосферу. Вважати витікання адіабатним.
5. Повітря за тиску 10 бар і температури $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ витікає з сопла, що розширюється, в середовище з тиском 1 бар . Витрата повітря 4 кг/сек . Визначити розміри сопла. Кут конусності частини сопла, що розширюється прийняти рівним 10° . Розширення повітря в соплі вважати адіабатним.
6. З сопла, що звужується, витікає кисень, який знаходився в резервуарі, тиск і температура в якому стали та дорівнюють: $p_0 = 6\text{ МПа}$, $t_0 = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Тиск середовища, у яке відбувається витікання, $p_{\text{сер}} = 6\text{ МПа}$. Визначити

швидкість витікання та витрату кисню, якщо площа вихідного перерізу сопла 20 мм^2 . Газ вважати ідеальним, процес - адіабатним, швидкість на вході близька до нуля.

7. Повітря з $p_1 = 15 \text{ атм}$ і $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ закачується через сопло, що звужується, з діаметром вихідного перерізу 10 мм в середовище з $p_2 = 2 \text{ атм}$. Визначити теоретичну швидкість витікання і витрату повітря через сопло.
8. Визначити теоретичну швидкість адіабатного витікання пари через сопло Лавалю, якщо $p_1 = 24 \text{ бар}$ і $t_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$, а тиск середовища на виході з сопла – 1 бар . Витрата пари $G = 0,5 \text{ кг/с}$.
9. У балоні з повітрям підтримується постійний тиск $0,5 \text{ МПа}$ і температура $17 \text{ }^\circ\text{C}$. Повітря витікає через сопло, що звужується, у середовище із тиском $0,1 \text{ МПа}$. Знайти внутрішній діаметр вихідного перерізу сопла, якщо масова витрата повітря при витіканні – 500 кг/год .
10. Знайти швидкість витікання повітря з сопла, що звужується, та масову витрату, якщо $p_1 = 2,4 \text{ МПа}$, $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $p_2 = 0,1 \text{ МПа}$. Площа вихідного сопла 10 см^2 .
11. З сопла Лавалю відбувається витікання повітря з тиском $1,5 \text{ МПа}$ і температурою – $27 \text{ }^\circ\text{C}$ в середовище з тиском $0,12 \text{ МПа}$. Діаметр вузької частини сопла – 40 мм . Протягом деякого часу через сопло пройшло 400 кг повітря. Знайти час його витікання Z і швидкість виходу з сопла c_2 .
12. Через сопло Лавалю відбувається витікання повітря в навколишнє середовище з тиском $0,11 \text{ МПа}$. У вхідному перерізі сопла тиск повітря $0,8 \text{ МПа}$ при температурі **20** $^\circ\text{C}$. Знайти кінцеву швидкість витікання повітря, а також тиск і його швидкість у вузькому перерізі сопла.

РОЗДІЛ 6. ІДЕАЛЬНІ ЦИКЛИ ТЕПЛОВИХ ДВИГУНІВ

5.1. ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ ЦИКЛІВ

Основне завдання термодинамічного дослідження циклів теплових двигунів – визначення ступеня перетворення підведеної теплоти в роботу, тобто, термічного ККД циклу і факторів, які на нього впливають. В ході дослідження визначаються також підведена q_1 і відведена q_2 теплота, робота циклу $l_{\text{ц}}$, оцінюються напрямки підвищення ефективності циклу.

Теоретичне дослідження реальних циклів теплових двигунів є важким завданням, оскільки перетворення теплоти в роботу в реальному двигуні визначається складними фізичними, хімічними і газодинамічними процесами. Серед них, горіння палива, тепловіддача від робочого тіла в стінки двигуна і в навколишній простір, течія газу в елементах двигуна і ін. Вивчення особливостей кожного з цих процесів є самостійною складною науковою задачею, яка розглядається в теорії двигунів.

У термодинаміки газового потоку вивчаються *тільки ідеальні цикли*. У них реальні процеси ідеалізуються і ототожнюються зі *зворотними термодинамічними процесами*, стосовно яких і проводяться всі розрахунки. *Перехід від реальних циклів до ідеальних проводиться при таких припущеннях:*

1. Процеси, що становлять цикл, вважаються *зворотними*. У зв'язку з цим приймається, що тертя і інші дисипативні ефекти відсутні, а процес горіння замінюється умовним *зворотним процесом підведення теплоти*.
2. Ідеалізується робоче тіло – його хімічний склад при здійсненні циклу приймається *незмінним*. Для циклів, в яких робочим тілом є газ, останній вважається ідеальним з незмінними фізичними властивостями.
3. Цикл вважається замкненим, процеси зміни робочого тіла *не розглядаються*, а замінюються умовним процесом *відведення теплоти*.

Термодинамічне дослідження починають з побудови циклу в $p-v$ або $T-s$ координатах. Для цього необхідно задати параметри робочого тіла p_1 , T_1 , v_1 в початковій точці 1 циклу і сформулювати рівняння термодинамічних процесів, що становлять цикл. Для кожного циклу додатково задаються деякі *безрозмірні параметри* циклу, що представляють собою відношення однойменних параметрів робочого тіла, що відносяться до його станів в характерних точках циклу. До числа таких параметрів циклу відносяться наступні:

$$\pi = \frac{p_2}{p_1} \text{ — ступінь підвищення тиску робочого тіла;}$$

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2} \text{ — ступінь стиснення робочого тіла;}$$

$$\Delta = \frac{T_3}{T_1} \text{ — ступінь підігріву робочого тіла;}$$

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2} \text{ — ступінь підвищення тиску робочого тіла при підведенні}$$

теплоти;

$$\rho = \frac{v_3}{v_2} \text{ — ступінь розширення робочого тіла при підведенні теплоти.}$$

Ці безрозмірні параметри визначають межі зміни параметрів робочого тіла в циклі при стисненні або при підведенні теплоти.

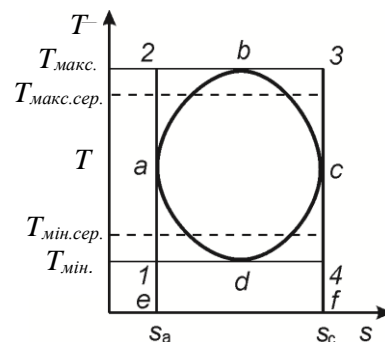
Термодинамічне дослідження дозволяє встановити теоретично найбільш можливе значення термічного ККД циклу, тобто, оцінити граничну ступінь ефективності перетворення теплоти в роботу в досліджуваному циклі.

Як вказувалося в п. 3.4, максимально можливий ступінь перетворення теплоти в роботу при заданих значеннях максимальної та мінімальної температури в циклі *досягається шляхом здійснення циклу Карно в цьому інтервалі температур*. Ступінь досконалості довільного зворотного циклу оцінюється тим, наскільки термічний ККД цього циклу близький до термічного ККД циклу Карно, який здійснюється при крайніх

температурах досліджуваного циклу. Порівняння термічних ККД цих циклів можна виконати, обчисливши аналітично їх величину.

Однак, у багатьох випадках це пов'язано з громіздкими розрахунками. Тому більш простим і наочним є метод графічного порівняння циклів з використанням системи координат $T-s$. В цих координатах теплоти q_1 і q_2 , які входять в формулу (3.3), наглядно зображуються на $T-s$ діаграмі циклу. На *рис. 6.1* наведено приклад порівняння довільного оборотного циклу $a-b-c-d$ і циклу Карно $1-2-3-4$ при однакових значеннях максимальної $T_{\text{макс.}}$ і мінімальної $T_{\text{мін.}}$ температур. Теплота q_1 , яка підводиться до робочого тіла в довільному циклі, зображується площею $e-a-b-c-f$, а в циклі Карно – площею прямокутника $e-2-3-f$. Відведена від робочого тіла теплота q_2 для порівнюваних циклів зображується, відповідно, площами $e-a-d-c-f$ і $e-1-4-f$.

Рис. 6.1. Порівняння довільного оборотного термодинамічного циклу ($a-b-c-d$) і циклу Карно ($1-2-3-4$) при однакових значеннях максимальної і мінімальної температури циклу



З $T-s$ діаграми видно, що площа $e-2-3-f$ більше площі $e-a-b-c-f$, а площа $e-1-4-f$ менше площі $e-a-d-c-f$. З формули (3.3) випливає, що термічний ККД циклу Карно завжди більший, ніж термічний ККД довільного циклу.

Другий метод порівняння циклів заснований на порівнянні середніх температур підведення і відведення тепла в циклі. Середня температура підведення теплоти $T_{\text{макс.ср.}}$ (*рис. 6.1*) визначається співвідношенням:

$$T_{\text{макс.ср.}} = \frac{\int_{abc} T ds}{s_c - s_a} = \frac{\text{пл. } eabcf}{s_c - s_a}, \quad (6.1)$$

а середня температура відведення теплоти $T_{\text{мін ср}}$ – співвідношенням

$$T_{\text{мін ср}} = \frac{\int_{adc} T ds}{s_c - s_a} = \frac{\text{пл. } eadcf}{s_c - s_a}. \quad (6.2)$$

З рівнянь (6.1), (6.2) і даних, наведених на *рис. 6.1* випливає, що середня температура підведення теплоти в довільному циклі нижче, ніж в циклі Карно, а середня температура відведення теплоти, відповідно, вище.

Введення середніх значень температур підведення і відведення теплоти в довільному оборотному циклі дозволяє замінити його в дослідженнях на еквівалентний цикл Карно, який здійснюється в більш вузькому діапазоні температур ($T_{\text{макс ср}} < T_{\text{макс}}$; $T_{\text{мін ср}} > T_{\text{мін}}$). Якщо підставити значення $T_{\text{макс ср}}$ і $T_{\text{мін ср}}$ в формулу (3.7), то отримаємо вираз для термічного ККД довільного оборотного циклу:

$$\eta_t = \frac{T_{\text{макс ср}} - T_{\text{мін ср}}}{T_{\text{макс ср}}}. \quad (6.3)$$

Чим вище $T_{\text{макс ср}}$ і чим нижче $T_{\text{мін ср}}$, тим вище термічний ККД досліджуваного циклу. Обидва методи використовуються для порівняння циклів при термодинамічному аналізі [1, 3, 4].

6.2. ЦИКЛИ РЕАКТИВНИХ ДВИГУНІВ І ГАЗОТУРБІННИХ УСТАНОВОК

6.2.1. Цикл з підведенням теплоти при постійному тиску і повному розширенні (цикл Брайтона)

Цикл Брайтона, зображений на *рис. 6.2* в $p-v$ и $T-s$ координатах, складається з двох адіабатних і двох ізобарних процесів й здійснюється

наступним чином. Від початкового стану 1 робоче тіло стискається в адіабатні процесі 1-2. Далі, в ізобарному процесі 2-3 до нього підводиться теплота q_1 , після чого відбувається адіабатне розширення робочого тіла в процесі 3-4 до тиску p_4 , рівного початковому тиску p_1 . Відведення теплоти q_2 відбувається в ізобарному процесі 4-1, в результаті якого робоче тіло повертається до початкового стану.

Для дослідження цього циклу задаються параметри робочого тіла у вихідній точці 1, ступінь підвищення тиску $\pi = \frac{p_2}{p_1}$ в адіабатному процесі 1-2 і ступінь підігріву газу в циклі $\Delta = \frac{T_3}{T_1}$.

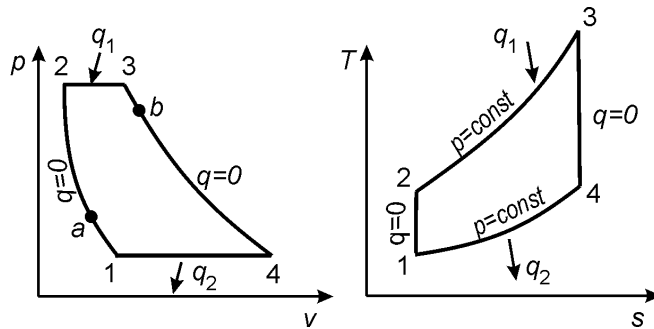


Рис. 6.2. Цикл Брайтона в p - v и T - s діаграмі

Параметри робочого тіла в характерних точках 2, 3 і 4 цього циклу визначаються за допомогою формул, виведених в розділі 2 для основних термодинамічних процесів. Визначимо підведену і відведену теплоту. Для ізобарного процесу 2-3:

$$q_1 = c_p (T_3 - T_2) = c_p T_1 (\Delta - e). \quad (6.4)$$

Тут для спрощення подальших записів введено позначення:

$$e = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \pi^{\frac{k-1}{k}}. \quad (6.5)$$

Для ізобарного процесу 4-1:

$$q_2 = c_p(T_4 - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{\Delta}{e} - 1 \right). \quad (6.6)$$

Визначимо термічний ККД циклу, підставивши (6.4) і (6.6) в (3.3).

Тоді матимемо:

$$\eta_t = 1 - \frac{c_p T_1 \left(\frac{\Delta}{e} - 1 \right)}{c_p T_1 (\Delta - e)} = 1 - \frac{1}{e}, \quad (6.7)$$

або:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{k-1}{k}}}. \quad (6.8)$$

Як випливає з рівняння (6.8), величина термічного ККД циклу Брайтона залежить від роду робочого тіла (k) і ступеня підвищення тиску робочого тіла π . Вид цієї залежності показаний на рис. 6.3. Збільшення π є основним засобом підвищення η_t і, відповідно, економічності теплових машин, що працюють за циклом Брайтона. У сучасних двигунах величина π досягає 25 ... 30 і більше.

Підставивши в рівняння (3.2) значення q_1 і q_2 з рівнянь (6.4) і (6.6), знайдемо вираз для питомої роботи циклу (в розрахунку на 1 кг робочого тіла):

$$l_u = c_p T_1 \left[(\Delta - e) - \left(\frac{\Delta}{e} - 1 \right) \right] = \frac{c_p T_1}{e} (e - 1)(\Delta - e). \quad (6.9)$$

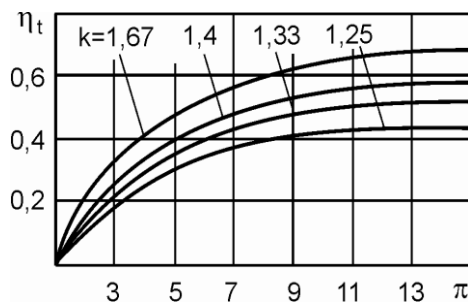


Рис. 6.3. Залежність термічного ККД циклу Брайтона від показника адиабати k і ступеня підвищення тиску π

Враховуючи що $c_p = \frac{k}{k-1}R$, остаточно можна записати:

$$l_{\text{ц}} = \frac{k}{k-1} \frac{RT_1}{e} (e-1)(\Delta - e). \quad (6.10)$$

Як видно з рівняння (6.10), величина роботи циклу залежить від роду робочого тіла (k , R), його початкової температури T_1 , ступеня підвищення тиску π і ступеня підігріву газу Δ в циклі. З ростом R , T_1 і Δ робота циклу за інших рівних умов зростає.

Формула (6.10) показує, що величина $l_{\text{ц}}$ перетворюється в нуль при двох значеннях π , які відповідають $e = 1$ і $e = \Delta$. Очевидно, що між цими двома крайніми значеннями є оптимальна величина $\pi_{\text{опт.}}$, за якої робота циклу є максимальною. Для визначення $\pi_{\text{опт.}}$ продиференціюємо рівняння (6.10) і прирівняємо похідну до нуля:

$$\frac{\partial l_{\text{ц}}}{\partial e} = \frac{k}{k-1} RT_1 \frac{\Delta - e^2}{e^2} = 0, \quad (6.11)$$

звідки:

$$e_{\text{опт}} = \sqrt{\Delta}, \quad \text{або} \quad \pi_{\text{опт}} = \Delta^{\frac{k}{2(k-1)}}. \quad (6.12)$$

Як видно з (6.12), для даного робочого тіла оптимальна ступінь підвищення тиску в ідеальному циклі Брайтона залежить тільки від ступеня підігріву робочого тіла. З ростом Δ зростає і величина $\pi_{\text{опт.}}$. Залежність $l_{\text{ц}}$ від π при різних значеннях Δ показана на *рис. 6.4*.

Підставивши вираз (6.12) в рівняння (6.10), в результаті для максимальної роботи циклу отримаємо:

$$l_{\text{ц макс}} = \frac{k}{k-1} RT_1 (e_{\text{опт}} - 1)^2. \quad (6.13)$$

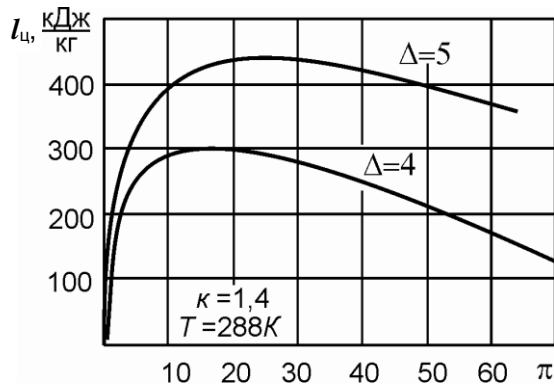
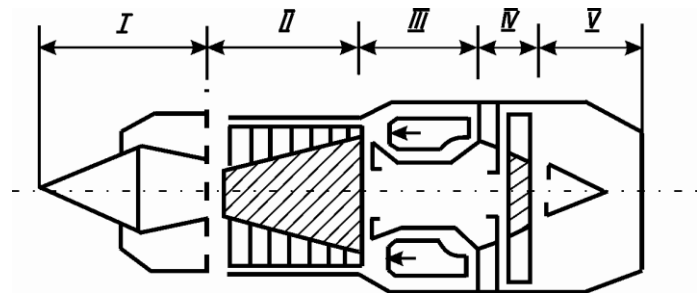


Рис. 6.4. Залежність питомої роботи циклу Брайтона l_c від ступеня підвищення тиску π і ступеня підігріву робочого тіла в циклі Δ

Цикл Брайтона реалізується в ряді силових установок. В авіації за цим циклом працюють турбореактивні, турбогвинтові двигуни, вертолітні газотурбінні двигуни, а також прямоточні повітряно-реактивні двигуни. Цикл Брайтона реалізується і в газотурбінних установках, які використовуються в якості допоміжних силових установок на літаках, в якості корабельних, танкових і автомобільних двигунів, а також в стаціонарних енергетичних пристроях. Робочим тілом в цих силових установках на початку циклу є повітря і надалі – продукти згоряння палива в повітрі (газ), що утворюються в камері згоряння.

Ідеальний цикл турбореактивного двигуна (ТРД, рис. 6.5) протікає в такий спосіб. Повітря надходить у двигун з атмосфери через вхідний пристрій I. В умовах польоту швидкість повітря у вхідному пристрої зменшується, а тиск зростає до величини, що відповідає точці *a* на рис. 6.2. Подальше підвищення тиску повітря відбувається в компресорі II. Таким чином, адіабатний процес стиснення *1-a-2* реалізується у вхідному пристрої і компресорі.

Рис. 6.5. Принципова схема турбореактивного двигуна, який працює по циклу Брайтона



Загальну ступінь підвищення тиску повітря в цих елементах можна представити у вигляді добутку:

$$\pi = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_a} \frac{P_a}{P_1} = \pi_{\kappa} \pi_{\text{вх}},$$

де $\pi_{\text{вх}} = \frac{P_2}{P_1}$, $\pi_{\kappa} = \frac{P_2}{P_a}$ – ступінь підвищення тиску у вхідному пристрої та в компресорі.

У камері згоряння III при постійному тиску відбувається згорання палива й до 1кг повітря підводиться теплота q_1 . Відпрацьовані гази з параметрами p_3 , T_3 надходять в газову турбіну IV. В турбіні відбувається адіабатне розширення робочого тіла (процес 3- b), частина енергії якого перетворюється в роботу на валу турбіни і передається компресору. Подальше розширення до атмосферного тиску (процес b -4) відбувається у вихідному пристрої (соплі) V, де потік розганяється й з високою швидкістю витікає в навколишнє середовище.

Загальна ступінь зниження тиску в адіабатному процесі розширення дорівнює ступеню підвищення тиску в процесі стиснення. Відповідно, її можна представити у вигляді добутку:

$$\pi = \frac{P_3}{P_4} = \frac{P_3}{P_b} \frac{P_b}{P_4} = \pi_{\tau} \pi_{\text{с}},$$

де $\pi_{\tau} = \frac{P_a}{P_b}$, $\pi_{\text{с}} = \frac{P_b}{P_4}$ - ступінь пониження тиску в турбіні й в соплі.

Ідеальний цикл ТРД умовно замикається ізобарним процесом 4-1, що відповідає охолодженню в навколишній атмосфері газів, які витікають з двигуна, з відведенням від кожного кілограма теплоти q_2 .

У випадку, якщо потрібно збільшити роботу циклу $l_{\text{ц}}$ при обмеженнях по максимальній температурі циклу, використовується цикл зі *ступінчастим підведенням теплоти*. В цьому випадку до основного циклу

додаються додаткові рівні підведення теплоти при меншому тиску (наприклад, форсажні камери в реактивних двигунах), що знижує ККД циклу. Якщо в циклі зі ступінчастим підведенням (або відведенням) теплоти використовується регенерація теплоти, то це призводить, як до зростання роботи циклу, так і його економічності (ККД).

6.2.2. Цикл з підведенням теплоти при постійному об'ємі і повному розширенні (цикл Гемфрі)

Цикл Гемфрі, зображений на рис. 6.6 в $p-v$ і $T-s$ координатах, складається з двох адіабатних процесів (стиснення 1-2 і розширення 3-4), ізохори 2-3 з підведенням теплоти q_1 та ізобари 4-1 з відведенням теплоти q_2 . Для дослідження циклу задамо параметри робочого тіла p_1 , T_1 початкової точки 1, ступінь підвищення тиску в процесі стиснення π і ступінь підвищення тиску в ізохоричному процесі підведення тепла $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$.

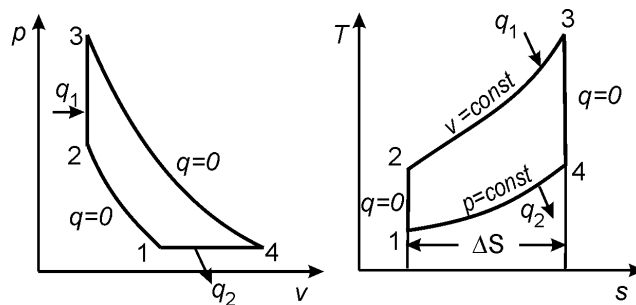


Рис. 6.6. Цикл Гемфрі в $p-v$ і $T-s$ діаграмах

Підведена теплота q_1 визначається формулою:

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2) = c_v T_1 \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right), \quad (6.14)$$

Тут:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = e, \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda.$$

Підставляючи ці відношення температур в рівняння (6.14), отримаємо:

$$q_1 = c_v T_1 e (\lambda - 1). \quad (6.15)$$

Відведена теплота q_2 визначається за формулою:

$$q_2 = c_p (T_4 - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right). \quad (6.16)$$

З діаграми циклу в T - s координатах для процесів 2-3 і 1-4 слідує $\Delta s_{2-3} = \Delta s_{1-4} = \Delta s$. Тому:

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_4}{T_1} = c_v \ln \frac{T_3}{T_2}, \quad (6.17)$$

звідси:

$$\frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{\frac{1}{k}} = \lambda^{\frac{1}{k}}. \quad (6.18)$$

Підставивши (6.18) в (6.16), отримаємо:

$$q_2 = c_p T_1 (\lambda^{\frac{1}{k}} - 1). \quad (6.19)$$

Формулу для визначення термічного ККД циклу отримаємо, підставивши значення q_1 і q_2 в (3.3):

$$\eta_t = 1 - \frac{k(\lambda^{\frac{1}{k}} - 1)}{e(\lambda - 1)}. \quad (6.20)$$

Таким чином, *термічний ККД циклу Гемфрі залежить від природи газу (k) і двох ступенів підвищення тиску – π і λ . При збільшенні π і λ*

термічний ККД циклу зростає. Використовуючи (6.15) і (6.19), отримаємо формулу для питомої роботи циклу $l_{\text{ц}}$:

$$l_{\text{ц}} = c_v T_1 \left[e(\lambda - 1) - k(\lambda^{\frac{1}{k}} - 1) \right]. \quad (6.21)$$

Для реалізації циклу Гемфрі в реактивних двигунах і газотурбінних установках слід забезпечити згоряння палива (підведення теплоти) *при постійному об'ємі*. Це вимагає створення спеціальних клапанів, ізолюючих камеру згоряння від решти проточної частини двигуна на час, необхідний для згоряння введеного в камеру кількості палива. Цей захід надзвичайно ускладнює конструкцію двигуна і робить її недостатньо надійною, в зв'язку з чим, до теперішнього часу такі двигуни не створені.

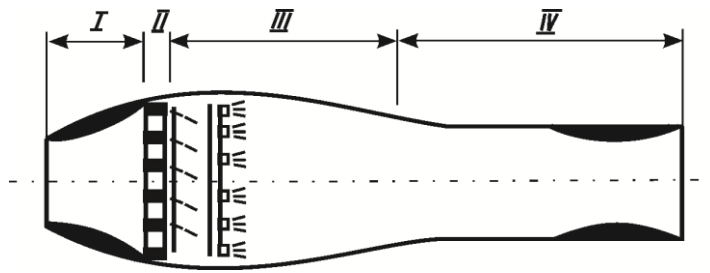


Рис. 6.7. Схема пульсуючого повітряно-реактивного двигуна, що працює по циклу Гемфрі

До двигунів, в яких реалізується цикл, близький до циклу Гемфрі, відносяться так звані *пульсуючі повітряно-реактивні двигуни (ППРД)*. Схема такого двигуна представлена на рис. 6.7. Камера згоряння III розділяється з вхідним пристроєм I спеціальними клапанами II, які відкриваються при заповненні камери свіжою порцією повітря і палива й закриваються при запаленні паливо-повітряної суміші. Вихідний пристрій IV сконструйовано таким чином, що продукти згоряння попередньої порції палива не встигають покинути його до моменту займання нової порції. Таким чином, горіння відбувається в обмеженому (*практично незмінному*)

об'ємі. Ці процеси повторюються з частотою, що досягає кілька сотень герц. Однак даний тип двигунів не знайшов широкого застосування в техніці внаслідок низької надійності клапанного пристрою.

6.2.3. Порівняння циклів Брайтона и Гемфрі

Порівняємо цикли, вважаючи, що у них однакові значення ступеня підвищення тиску π і параметри робочого тіла у вихідній точці 1 (p_1, T_1) і в точці 4 (p_4, T_4). Мета порівняння полягає в тому, щоб при заданих умовах виявити, який цикл є більш економічним, тобто має більше значення ККД

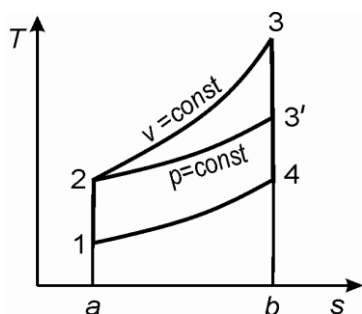


Рис. 6.8. Порівняння циклів Брайтона і Гемфрі в T - s діаграмі

Поєднаємо порівнювані цикли в T - s координатах (рис. 6.8). Видно, що в даних умовах кількість підведеної теплоти в циклі Гемфрі ($q_{1Г}$) більша, ніж в циклі Брайтона ($q_{1Б}$), тобто площа $a-2-3-b >$ площі $a-2-3'-b$. Кількість відведеної теплоти в обох циклах однакова ($a-1-4-b$). Тому на підставі рівняння (3.3) можна стверджувати, що при заданих умовах порівняння цикл Гемфрі є *більш ефективним*, тобто має більш високе значення термічного ККД. Однак з причин, вказаних вище, основне застосування в техніці отримали реактивні двигуни і газотурбінні установки, в яких реалізується цикл Брайтона.

6.2.4. Цикл ракетного двигуна

Схема рідинного ракетного двигуна (РРД) показана на *рис. 6.9а*, а його ідеальний цикл в $p-v$ координатах представлена на *рис. 6.10*.

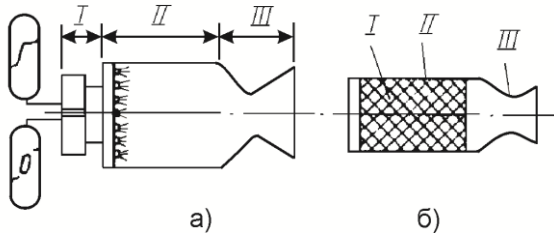


Рис. 6.9. Схема рідинного (а) й твердопаливного (б) ракетного двигуна

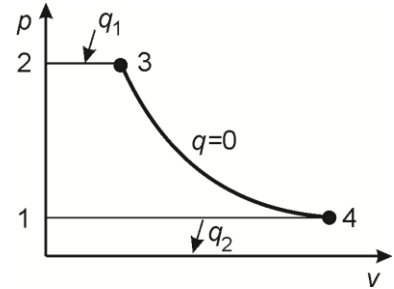


Рис. 6.10. Ідеальний цикл РРД в $p-v$ діаграмі

Процеси, що становлять цикл РРД, протікають у такий спосіб. Компоненти палива РРД (пальне і окислювач) в рідкому вигляді подаються в камеру згорання II за допомогою спеціальних насосів I, що підвищують їх тиск до необхідної величини. Так як рідини практично нестисливі, то процес підвищення тиску $1-2$ в ідеальному циклі вважають *ізохорним*. У камері згорання горіння палива відбувається з виділенням теплоти, що в ідеальному циклі зображується ізобарним процесом $2-3$ підведення теплоти q_1 . Газоподібні продукти, що утворилися надходять в сопло III, де відбувається процес адіабатного розширення $3-4$ зі збільшенням їх швидкості. Витікання з сопла продуктів згорання з високою швидкістю створює реактивну силу тяги. Ізобарний процес $4-1$ умовно замикає ідеальний цикл РРД і відповідає охолодженню продуктів згорання в навколишнє середовище з відведенням теплоти q_2 .

Термічний ККД циклу ракетного двигуна визначимо за формулою (3.3), де теплота q_1 рівна:

$$q_1 = i_3 - i_2, \quad (6.22)$$

а теплота q_2 :

$$q_2 = i_4 - i_1. \quad (6.23)$$

З огляду на те, що ентальпія гарячих продуктів згорання набагато більша ентальпії рідких компонентів палива РРД ($i_3 \gg i_2$, а $i_4 \gg i_1$), можна записати

$$q_1 = i_3 = c_p T_3, \quad q_2 = i_4 = c_p T_4. \quad (6.24)$$

Підставляючи (6.24) в (3.3), отримаємо:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (6.25)$$

Позначимо ступінь зниження тиску газів в соплі РРД $\pi = \frac{p_3}{p_4}$. Тоді маємо:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{k-1}{k}}}. \quad (6.26)$$

Як видно з (6.26), *термічний ККД ідеального циклу РРД залежить від ступеня зниження тиску газів в соплі π і складу продуктів згорання k . Зі зростанням π і k термічний ККД теж зростає.*

Ідеальний цикл РРД, показаний на *рис. 6.10*, і формула (6.26) справедливі також для ракетного двигуна твердого палива (*рис. 6.9.б*). Горіння твердого палива І в камері згорання ІІ відбувається при $p = const$, а газоподібні продукти згорання витікають з сопла Лавалю ІІІ, де відбувається адіабатне розширення і збільшення швидкості продуктів згорання.

Рідкі компоненти палива РРД і тверде паливо ракетного двигуна мають дуже високу масову густину в порівнянні з газоподібними продуктами згорання, тому, ізохора 1-2 на *рис. 6.10* зображується лінією, що збігається з віссю ординат [1, 3, 4, 7].

6.3. ЦИКЛИ .ПОРШНЕВИХ .ДВИГУНІВ

Поршневі двигуни широко використовуються в сучасній техніці: на легких літаках, автомобілях, тракторах, тепловозах і ін. Робочими елементами поршневого двигуна є циліндр II з поршнем III (рис. 6.11), з'єднаним через кривошипно-шатунний механізм і колінчастий вал зі споживачем роботи (гвинтом, колесами, генератором та ін.). У циліндрі є два отвори з клапанами I для впуску робочого тіла (повітря або паливноповітряної суміші) і випуску продуктів згоряння в кінці циклу. Найбільшого поширення набули два типи поршневих двигунів - з примусовим займанням паливноповітряної суміші (цикл Отто) та зі займанням за рахунок стиснення повітря (цикл Дизеля).

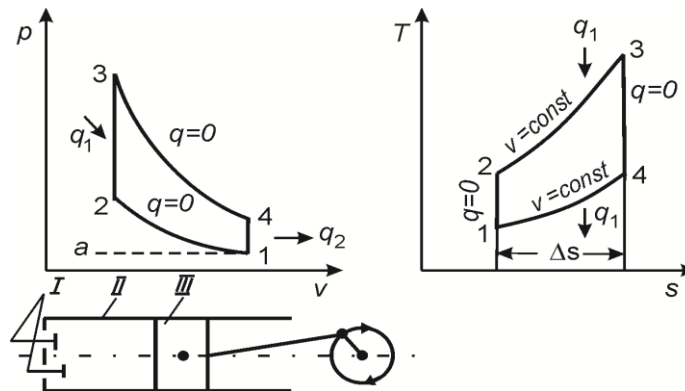


Рис. 6.11. Цикл Отто в $p-v$ і $T-s$ діаграмах

6.3.1. Цикл з підведенням теплоти при постійному об'ємі (цикл Отто)

Цикл Отто, зображений на рис. 6.11 в $p-v$ і $T-s$ координатах, складається з двох адіабатних і двох ізохорних процесів. Цей цикл реалізується в поршневих двигунах з примусовим займанням паливноповітряної суміші.

Від початкового стану 1 робоче тіло за рахунок переміщення поршня стискається в адіабатному процесі $1-2$. Зазвичай стискається заздалегідь підготовлена в карбюраторі паливоповітряна суміш. Її підпалювання в точці 2 (наприклад, за допомогою електричної свічки) призводить до практично миттєвого згоряння і виділення теплоти. За короткий час згорання паливоповітряної суміші поршень переміщається незначно. Тому в ідеальному циклі процес $2-3$ підведення теплоти q_1 вважається *ізохорним*.

Далі відбувається адіабатне розширення газу (процес $3-4$). Цей процес в теорії поршневих двигунів називають *робочим ходом*, так як саме в цьому процесі робота розширення газу передається через поршень і кривошипно-шатунний механізм на вал і далі до зовнішнього споживача. В точці 4 відкривається випускний клапан, і гарячі продукти згоряння витікають в навколишнє середовище. Цей процес в ідеальному циклі замінюється умовним замикаючим циклом ізохорного процесу $4-1$ відводу теплоти q_2 .

У реальному поршневому двигуні додатково здійснюються два допоміжних процеси, які показані на *рис. 6.11* штриховою лінією. Це процеси:

$1 - a$ випорожнення циліндра від залишків продуктів згоряння (вихлоп);

$a - 1$ заповнення циліндра свіжою паливоповітряною сумішшю (всмоктування).

При дослідженні ідеального циклу ці допоміжні процеси *не розглядаються*.

При дослідженні циклу Отто в якості вихідних задають ступінь стиснення ε в адіабатному процесі $1-2$ і ступінь підвищення тиску λ в процесі підведення теплоти $2-3$. Визначимо підведену q_1 і відведену q_2

теплоту, термічний ККД η_t і роботу циклу $l_{\text{ц}}$. Для ізохорних процесів 2-3 і 4-1 підведена і відведена теплота визначається наступними рівняннями:

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2) = c_v T_1 \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right), \quad (6.27)$$

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1) = c_v T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right). \quad (6.28)$$

Тут відповідно до адіабатних процесів:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}, \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda. \quad (6.29)$$

Відношення температур $\frac{T_4}{T_1}$ визначимо з умови $\Delta S_{2-3} = \Delta S_{1-4} = \Delta S$

(рис. 6.11).

Тоді:

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_4}{T_1} = c_v \ln \frac{T_3}{T_2},$$

звідки:

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \lambda. \quad (6.30)$$

Підставивши (6.29) і (6.30) в (6.27) і (6.28), матимемо:

$$q_1 = c_v T_1 \varepsilon^{k-1} (\lambda - 1), \quad (6.31)$$

$$q_2 = c_v T_1 (\lambda - 1). \quad (6.32)$$

Використовуючи ці вирази для q_1 і q_2 в (3.3) і (3.2), отримаємо формули для термічного ККД і питомої роботи циклу:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}, \quad (6.33)$$

$$l_{\text{ц}} = c_v T_1 (\varepsilon^{k-1} - 1) (\lambda - 1). \quad (6.34)$$

Формула (6.33) показує, що *термічний ККД циклу Отто залежить від ступеня стиснення (ε) і роду робочого тіла (k, R)*. Як впливає з вище викладеного, зі збільшенням ε і k термічний ККД циклу зростає (рис. 6.12).

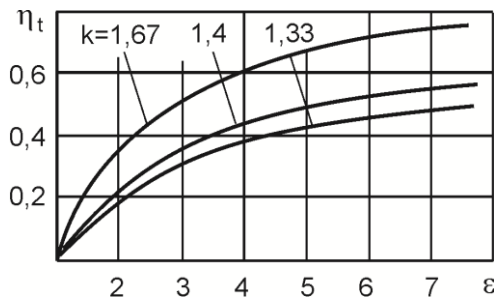


Рис. 6.12. Залежність термічного ККД циклу Отто від показника адиабати k і ступеня стиснення робочого тіла ε

Слід зазначити, що в реальних поршневих двигунах, що працюють за циклом Отто, збільшення ε з метою поліпшення економічності двигуна обмежується певними межами. При використанні в якості палива бензину збільшення $\varepsilon > 9 \dots 12$ викликає *детонаційне згорання* паливоповітряної суміші, що призводить до порушення нормальної роботи двигуна, перегріву його окремих деталей і швидкого виходу з ладу.

6.3.2. Цикл з підведенням теплоти при постійному тиску

(цикл Дизеля)

Детонаційного горіння при високих ступенях стиснення можна уникнути, якщо стискати не горючі суміші, а *чисте повітря*. У цьому випадку паливо вводиться в циліндр після закінчення процесу стиснення і *самозаймається* під дією високої температури стисненого повітря. Підведення палива і його горіння відбуваються при постійному тиску в циліндрі. Цей спосіб реалізується в циклі Дизеля, зображеному в $p-v$ і $T-s$ координатах на рис. 6.13. Цикл складається з двох адіабат (стиснення 1-2

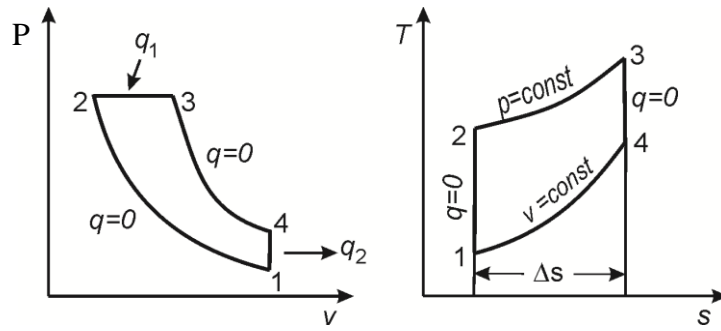


Рис. 6.13. Цикл Дизеля в p - v і T - s координатах

і розширення 3-4), ізобари 2-3 підведення теплоти q_1 і ізохори 4-1, відведенні теплоти q_2 . В ідеальному циклі Дизеля також не розглядаються допоміжні процеси всмоктування і вихлопу. Основними параметрами циклу є ступінь стиснення ε і ступінь розширення ρ в процесі підведенні тепла. Отримаємо формули для q_1 і q_2 :

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2) = c_p T_1 \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right), \quad (6.35)$$

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1) = c_v T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right). \quad (6.36)$$

Тут:

$$\frac{T_2}{T_1} = \varepsilon^{k-1}, \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{\nu_3}{\nu_2} = \rho. \quad (6.37)$$

З умови $\Delta s_{2-3} = \Delta s_{1-4} = \Delta s$ (рис. 6.13) слідує:

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_3}{T_2} = c_v \ln \frac{T_4}{T_1}.$$

Звідки:

$$\frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{T_3}{T_2} \right)^k = \rho^k. \quad (6.38)$$

Підставивши (6.37) і (6.38) в (6.35) і (6.36), після перетворень отримаємо:

$$q_1 = c_p T_1 \varepsilon^{k-1} (\rho - 1), \quad (6.39)$$

$$q_2 = c_v T_1 (\rho^k - 1). \quad (6.40)$$

Використовуючи вирази для q_1 і q_2 , знайдемо термічний ККД циклу Дизеля за допомогою (3.2) і (3.3):

$$\eta_t = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)} \quad (6.41)$$

і питому роботу циклу:

$$l_{\text{ц}} = c_v T_1 [k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1) - \rho^k + 1]. \quad (6.42)$$

Формула (6.41) показує, що ККД циклу Дизеля залежить від фізичної природи газу (k , R) і ступеня стиснення (ρ) в процесі підведення теплоти. При незмінному значенні ρ величина η_t зростає з ростом ε .

6.3.3. Порівняння циклів Отто и Дизеля

Порівняння виконано в припущенні, що в обох циклах однакові параметри робочого тіла в початковій точці p_1 , T_1 і максимальні значення тиску й температури p_3 , T_3 . Поєднавши ці цикли в T - s координатах (рис. 6.14), порівняємо величини їх термічних ККД, базуючись на формулі (3.3). Видно, що при прийнятих умовах порівняння, ККД циклу Дизеля вище, ніж ККД циклу Отто, так як при рівних кількостях відведеної теплоти ($q_{2\text{Д}} = q_{2\text{О}}$) кількість підведеної теплоти в циклі Дизеля більша

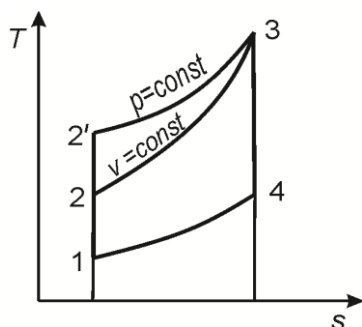


Рис. 6.14. Порівняння циклів Отто і Дизеля в T - s діаграмі

($q_{1д} > q_{1о}$). Більш висока ефективність циклу Дизеля в даних умовах пояснюється тим, що в ньому забезпечується *більш висока ступінь стиснення ϵ* , ніж в циклі Отто. Іншою перевагою дизелів є те, що в них може використовуватися *дешеве низькосортне паливо*. Однак слід зауважити, що реальні дизелі, внаслідок більш високих значень ϵ , зазнають підвищення навантаження. З цієї причини і з-за неповного використання кисню повітря їх конструкція виходить більш важкою, ніж у двигунів з примусовим займанням. Крім того, дизелі характеризуються високими значеннями шкідливих викидів в атмосферу. Для підвищення термічного ККД циклів Отто й Дизеля широко використовується *регенерація (утилізація) теплоти* на виході з енергетичної установки [1, 3, 4].

6.4. Запитання для самоконтролю

1. У чому полягає основне завдання термодинамічного дослідження циклів теплових двигунів? Які допущення використовуються при переході від реальних циклів до ідеальних?
2. Перерахуйте безрозмірні параметри циклу, які використовуються при термодинамічному аналізі циклів.
3. Зобразіть цикл Брайтона в $p-v$ і $T-s$ діаграмах. Запишіть рівняння для ККД і питомої роботи циклу і виконайте їх аналіз.
4. Якими параметрами визначається оптимальна ступінь підвищення тиску в ідеальному циклі Брайтона?
5. Зобразіть цикл Гемфрі в $p-v$ і $T-s$ діаграмах. Запишіть рівняння для ККД і питомої роботи циклу і виконайте їх аналіз.
6. Виконайте порівняння циклів Брайтона і Гемфрі. У чому полягають технічні проблеми практичної реалізації циклу Гемфрі?
7. Зобразіть цикл ракетного двигуна в $p-v$ діаграмі. Запишіть рівняння для термічного ККД і виконайте його аналіз.

8. Зобразіть цикл Отто в $p-v$ і $T-s$ діаграмах. Запишіть рівняння для ККД і питомої роботи циклу й виконайте їх аналіз.
9. Зобразіть цикл Дизеля в $p-v$ і $T-s$ діаграмах. Запишіть рівняння для ККД і питомої роботи циклу і виконайте їх аналіз.
10. Виконайте порівняння циклів Отто і Дизеля. У чому полягають технічні переваги двигунів, що працюють за циклом Дизеля перед двигунами, що працюють по циклу Отто?

6.5. Задачі для для самостійного розв'язування

1. Гранична температура повітря перед входом в турбіну дорівнює $950\text{ }^{\circ}\text{C}$, початковий стан повітря визначається тиском 1 бар . Розрахувати цикл ГТУ з підведенням теплоти при $p = \text{const}$, $\pi = 7$, $p = 2,2$.
2. ГТУ працює по циклу з підведенням теплоти при $p = \text{const}$; ступінь стиснення $\pi = 5$, ступінь попереднього розширення $\rho = 3$. Початковий стан робочого газу – азоту визначається тиском $p_1 = 0,8\text{ бар}$ і температурою $t_1 = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Розрахувати цей цикл без регенерації і з повною регенерацією, порівняти їх термічний ККД.
3. Порівняти термічний ККД циклів ГТУ з підведенням теплоти при $p = \text{const}$ і $v = \text{const}$ для однакової граничної температури $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$, ступінь підвищення тиску дорівнює в обох циклах 10 , початковий стан повітря визначається тиском 1 ат і температурою $27\text{ }^{\circ}\text{C}$.
4. ГТУ працює з підведенням теплоти при $p = \text{const}$, початковий стан повітря визначається тиском $p_1 = 1,2\text{ бар}$ і температурою $t_1 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Тиск в камері згорання дорівнює $p_2 = p_3 = 6\text{ бар}$, ступінь попереднього розширення $\rho = 2,04$, кількість теплоти, що підводиться $q_1 = 500\text{ кДж}$, а витрата газу 1 кг/сек . Визначити термічний ККД циклу, кількість теплоти, параметри повітря в усіх точках циклу і теоретичну потужність ГТУ. Цикл зобразити в $p-v$ і $T-s$ діаграмах.

5. ГТУ працює по циклу з підведенням теплоти при $p = const$, початковий стан робочого газу: $p_1 = 1,2 \text{ бар}$ і $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, тиск в камері згорання $p_2 = p_3 = 6 \text{ бар}$, температура газу після підведення теплоти $t_3 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$. Розрахувати цикл без регенерації теплоти і виявити вплив регенерації при $\sigma = 25, 50, 70 \%$ і повної, знайти кількості теплоти, що передаються в регенераторі і температури повітря на виході з регенератора.
6. Порівняти роботу і термічний ККД циклів ГТУ з підведенням теплоти при $p = const$ і $v = const$ за наступними даними: початковий стан повітря в обох циклах рівні 6, для обох циклів встановлені однакові граничні температури, рівні $1300 \text{ }^\circ\text{C}$. Визначити потужність ГТУ, які працюють за обома циклам при витраті теплоти 120 МДж/хв . Обидва цикли зобразити в $p-v$ і Ts -діаграмах.
7. Розрахувати ККД прямооточного реактивного двигуна, ідеальний цикл якого складається з двох ізобар (2-3, 4-1) двох адіабат (1-2, 3-4). Температури характерних точок дорівнюють відповідно: $T_1 = 263 \text{ K}$, $T_2 = 552 \text{ K}$, $T_3 = 2273 \text{ K}$, $T_4 = 1083 \text{ K}$.
8. Ідеальний трьохатомний газ здійснює цикл, що складається з двох ізохор й двох ізобар. Визначити ККД циклу, якщо $V_1 = 1,00 \text{ л}$, $V_2 = 2,00 \text{ л}$, $P_1 = 1,0 \text{ атм}$, $P_2 = 2,0 \text{ атм}$. Вважаючи величини V_1 , V_2 , P_1 , P_2 змінними, які приймають будь-які позитивні значення, знайти граничний (максимальний) ККД даного циклу.
9. Визначити основні параметри робочого тіла в характерних точках ідеального циклу двигуна внутрішнього згорання з підведенням теплоти за сталого об'єму і термічний ККД циклу за такими даними: $P_1 = 0,1 \text{ МПа}$, $t_1 = 27 \text{ }^\circ\text{C}$, ступінь стиснення $\varepsilon = 4$, ступінь підвищення тиску $\lambda = 1,5$.
10. В ідеальному циклі Отто визначити параметри всіх характерних точок, кількість теплоти, переданої робочому тілу, кількість теплоти, витраченої на корисну роботу, якщо $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $P_1 = 1 \text{ атм}$, $\varepsilon = 6$, $\lambda = 1,6$.

11. Побудувати графік залежності термічного ККД двигуна внутрішнього згорання з підведенням тепла при сталому об'ємі від величини ступіня стиснення. Визначити на скільки відсотків економічність автомобіля ($\varepsilon = 9$) менше економічності автомобіля ($\varepsilon = 6$) тільки за рахунок більш низького ступеня стиснення (в розрахунках прийняти $k = 1,4$).
12. Визначити, як зміниться потужність карбюраторного двигуна, якщо при інших рівних умовах ступінь стиснення підвищити від $\varepsilon_1 = 8$ до $\varepsilon_2 = 12$. Показник політропи прийняти рівним 1,4.
13. В ідеальному циклі Дизеля визначити параметри стану характерних точок і термічний ККД циклу, якщо відомо, що $t_1 = 47^\circ\text{C}$, $P_1 = 0,9 \text{ атм}$, $\varepsilon = 12$, $\rho = 2$. Робоче тіло має властивості повітря.
14. Максимальні і мінімальні температури робочого тіла газотурбінної установки, що працює з підведенням тепла за сталого тиску, відповідно рівні 950°C і 27°C , ступінь підвищення тиску $\pi = 7$, початковий тиск 1 атм . Стиснення повітря проводиться адіабатно осьовим компресором. Визначити роботу компресора та роботу і термодинамічний ККД циклу.
15. Для циклу газотурбінної установки з підведенням тепла при сталому тиску відомі наступні параметри: $t_1 = 77^\circ\text{C}$, $P_2 = 7 \text{ бар}$, $v_n = 2,0 \text{ м}^3/\text{кг}$, $k = 2,4$. Розрахувати параметри стану характерних точок і термічний ККД циклу. Робочим тілом є повітря.
16. Визначити термічний ККД і роботу, що здійснюються одним кг повітря в циклі з підведенням теплоти за сталого об'єму, якщо температура повітря в процесі ізоентропійного стиснення зростає від 300 К до 700 К , а максимальна температура рівна 2500 К . Теплоємність повітря за сталого об'єму в процесі вважати сталою і рівною $0,718 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

РОЗДІЛ 7. ТЕРМОДИНАМІКА РЕАЛЬНИХ ГАЗІВ

7.1. РІВНЯННЯ СТАНУ РЕАЛЬНОГО ГАЗУ

7.1.1. Основні визначення

Як зазначалося вище, властивості реальних газів відрізняються від властивостей ідеального газу тим сильніше, чим менше вони розріджені, тому ця відмінність збільшується з ростом тиску газу і з наближенням його температури до температури насичення. Реальні гази в стані, близькому до насичення, прийнято називати *парами*. Відмінність реальних газів від ідеальних проявляються, як в абсолютних значеннях параметрів (ρ , c_p , ін.), так і в закономірностях їх зміни. Для прикладу на *рис. 7.1* приведена залежність ізобарної теплоємності двоокису вуглецю від температури при високому тиску (там же наведена крива для ідеального газу).

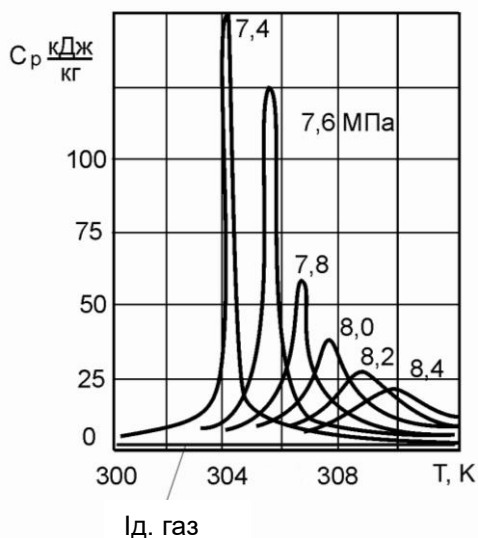


Рис. 7.1. Залежність ізобарної теплоємності вуглекислого газу від температури

Розрізняють *насичену і перегріту* пару. В свою чергу, *насичена пара може бути вологою і сухою*. *Насиченою* називається пара, що знаходиться в термодинамічній рівновазі з рідкою або твердою фазою речовини, з якої вона отримана. Такий стан спостерігається, якщо речовина нагріта до температури кипіння (сублімації). Тому температуру кипіння (сублімації)

називають *температурою насичення*, а тиск парів, що відповідає цій температурі, – *тиском насичення*, або тиском насичених парів.

Насичена пара, в якому відсутні завислі частинки рідини, називається *сухою насиченою парою*. Насичена пара, в якому містяться завислі частинки рідини, називається *вологою насиченою парою*. Масова частка сухої насиченої пари у вологому насиченому парі називається *ступенем сухості пари*:

$$x = \frac{M_n}{M_n + M_e}.$$

Для сухої пари $x = 1,0$, а для рідини $x = 0$. В процесі пароутворення ступінь сухості пари поступово збільшується від нуля (для рідини) до одиниці для сухої насиченої пари (при кипінні). *Пара, температура якої перевищує температуру насиченої пари при даному тиску, називається перегрітою.*

7.1.2. Рівняння стану реального газу

Як вказувалося в розділі 1, реальні гази за своїми властивостями відрізняються від ідеального газу. Найбільш істотна відмінність полягає в тому, що вони здатні за певних умов переходити в *рідкий стан*.

Відхилення реальних газів від моделі ідеального газу зростає з *ростом тиску і зменшенням температури* і особливо значно при стані близькому до критичного. Ці відхилення пов'язані з тим, що при зменшенні обсягу газу зменшуються відстані між молекулами, внаслідок чого позначаються вплив міжмолекулярних сил взаємодії і власного об'єму молекул.

Одне з перших рівнянь стану реального газу було запропоновано *Ван-дер-Ваальсом*:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT, \quad (7.1)$$

де a і b – коефіцієнти, які приймають певне визначене значення для кожного газу. Це рівняння містить дві поправки. Перша (a/v^2) враховує сили міжмолекулярної взаємодії (внутрішній тиск); вони тим менше, чим більше питомий об'єм. Друга поправка (b) враховує об'єм, що займають молекули. Рівняння Ван-дер-Ваальса якісно правильно відображає властивості реальних газів і характер їх зміни при зміні тиску і температури, однак для кількісних розрахунків воно є наближеним.

В даний час існує декілька модифікацій рівняння стану Ван-дер-Ваальса. Всі вони є двопараметричними, оскільки включають дві постійні a і b , які визначаються експериментально. Основні з них - рівняння Бертло, перше і друге рівняння Дітерічі, рівняння Редліха-Квонг, Камерлінг-Оннеса.

Спроби створити універсальне рівняння стану, що описувало б властивості всіх речовин в широкому діапазоні зміни p і T , поки не мали успіх. До теперішнього часу існують кілька рівнянь, кожне з яких може бути застосовано до певного типу речовин або до певного діапазону зміни тиску і температури. До числа таких рівнянь відноситься рівняння М. Вукаловича й І. Новікова, яке досить точно виконується для водяної пари [1, 2, 3, 4, 6].

7.2. ФАЗОВІ ДІАГРАМИ

7.2.1. Фазова p – t діаграма

При розгляді окремих фаз чистої речовини зазвичай мають на увазі її агрегатні стани: *твердий, рідкий і газоподібний*. Однак, в загальному випадку поняття «фаза» дещо ширше поняття «агрегатний стан», так як деякі речовини в твердому стані, наприклад, лід, вуглець можуть мати кілька фаз.

Фазовий перехід, тобто *перехід речовини з однієї фази в другу*, супроводжується зміною властивостей речовини, виділенням або поглинанням теплоти (теплота фазового переходу). Рівноважне співіснування кількох фаз можливе лише за певних поєднаннях параметрів стану (наприклад, температури і тиску). Знання умов рівноважного співіснування різних фаз є важливим для вирішення багатьох технічних завдань, наприклад. для визначення умов закипання рідин в гідравлічних системах, оцінки умов виникнення кавітації в насосах і ін.

Аналіз умов термодинамічної рівноваги фаз базується на *правилі фаз Гіббса*. Воно встановлює зв'язок між числом незалежних параметрів стану (ступенів вільності системи) ψ , числом фаз k і числом компонентів системи n . Математично правило фаз Гіббса формулюється так:

$$\psi = n - k + 2.$$

Для чистої речовини (однокомпонентна система $n = 1$) правило фаз Гіббса має вигляд:

$$\psi = 3 - k.$$

В цьому випадку однофазна система (тверде тіло, рідина або газ) має два ступені вільності, тобто два незалежні параметри стану. Це означає, що якщо довільно задати два параметра стану (наприклад, p і t), то всі інші будуть визначені однозначно. Одночасно це означає, що в однофазному стані речовина може існувати при довільних поєднаннях p й t .

Двофазна система ($k = 2$) має тільки одну ступінь вільності ($\psi = 1$) тому тут довільно може бути заданий лише один параметр стану. Відповідно, рівноважне співіснування двох фаз (твердої і рідкої, рідкої і газоподібної, твердої і газоподібної) можливо лише при певному поєднанні значень p і t ; тобто кожному значенню p відповідає цілком певна температура, при якій можливе співіснування фаз.

На *рис. 7.2* зображена типова фазова $p - t$ діаграма з лініями фазової рівноваги. Тут АК – лінія фазової рівноваги рідини і газу (пара), АС – твердого тіла і рідини; АВ – лінія твердого стану і газу. Іншими словами:

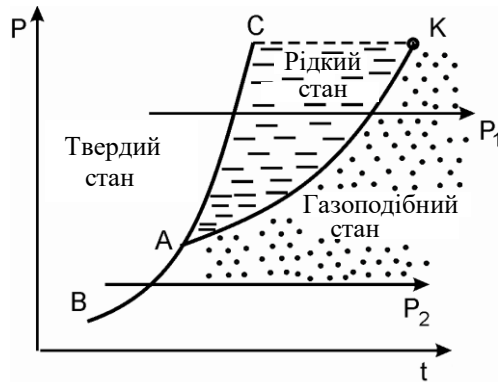


Рис. 7.2. Фазова $p - t$ діаграма

АК – лінія пароутворення (конденсації), АС – лінія плавлення (затвердіння), АВ – лінія сублімації (десублімації). Лінію АК називають також лінією насичення, яка закінчується *критичною точкою* К. Точка А, в якій перетинаються три лінії називається *потрійною точкою*. У цій точці одночасно існують три фази, тому що згідно з правилом фаз Гіббса при $k = 3$ число ступенів вільності однокомпонентної системи рівне нулю ($\psi = 0$). Наприклад, для води в потрійній точці $p_A = 616 \text{ Па}$, $t_A = 0,01^\circ\text{C}$, а для двоокису вуглецю $p_A = 0,518 \text{ МПа}$, $t_A = -56,7^\circ\text{C}$.

Користуючись фазовою діаграмою, можна встановити, в якому стані (твердому, рідкому, газоподібному, дво- або трифазному) буде знаходитися конкретна речовина при заданих значеннях p і t . Крім того, за допомогою фазової діаграми можна визначити температуру фазового переходу при заданому тиску і навпаки.

Фазова діаграма встановлює також характер переходу речовини з одного стану в інший. наприклад, при $p_1 > p_A$ перехід з твердого стану в газоподібний відбувається через рідкий. При тиску $p_2 < p_A$ існування речовини в рідкому стані неможливо; тут тверда фаза переходить в газоподібну, минаючи рідку стадію. Разом з тим при тисках, що перевищують тиск в критичній точці, неможливо співіснування газоподібної і рідкої фаз, а при температурах, що перевищують

температуру в критичній точці (див. нижче), речовина існує лише в газоподібній (пароподібній) фазі.

7.2.2. Фазова $p - v$ діаграма

Процеси зміни параметрів реального газу при фазовому переході *рідина-пара* найбільш наочно можна представити за допомогою $p-v$ діаграми (рис. 7.3).

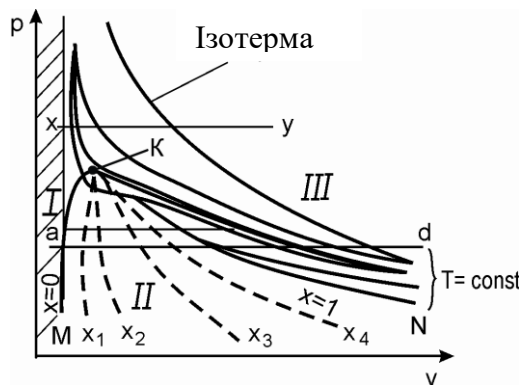


Рис. 7.3. Фазова $p - v$ діаграма

На даній діаграмі область рівноваги двох фаз («рідина - пара») зображується не лінією, а займає деяку площу. Тут можна виділити три області: I - рідкий стан, II - двофазний стан (фазову рівновагу «рідина-пара») і III - газоподібний (пароподібний) стан. Крива MK - представляє собою геометричне місце точок, що визначає стан рідини, нагрітої до температури кипіння (насичення) при відповідному тиску. Вона відокремлює область рідини від області насичених парів і називається *граничною кривою рідини* (тут $x = 0$).

Точки кривої NK визначають стан *сухої насиченої пари*. Ця крива відокремлює область насичених парів від області перегрітих парів і називається *граничною кривою пари*; тут $x = 1,0$. На $p-v$ діаграмі в області двофазного стану нанесені лінії постійної сухості пари ($x_1; x_2$ і т.д.). З ростом тиску і, відповідно, температури, при яких відбувається фазовий перехід, питомий об'єм киплячої рідини збільшується, а питома об'єм насиченої пари зменшується. При деякому, цілком певному для кожного

речовини тиску, пограничні криві сходяться до точки K , яка називається *критичною точкою*.

На *рис. 7.3* нанесені декілька ізотерм ($T = \text{const}$). Видно, що в області перегрітого стану ізотерма має вигляд, близький до ізотерми ідеального газу. В області двофазного стану речовини («рідина-пара») ізотерма є одночасно й ізобарою. Це безпосередньо впливає з правила фаз Гіббса, згідно з яким двофазна однокомпонентна система володіє тільки одним ступенем вільності. В області рідкого стану, зростання тиску приводить до незначної зміни об'єму рідини через мале стискання. При критичній температурі горизонтальна ділянка перетворюється в точку (критична точка), яка є точкою перегину на цій ізотермі. Стан речовини в цій точці характеризується критичними параметрами: тиском p_k , температурою T_k і питомим об'ємом v_k . Критичні параметри деяких речовин наведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1 Критичні параметри найбільш поширених речовин

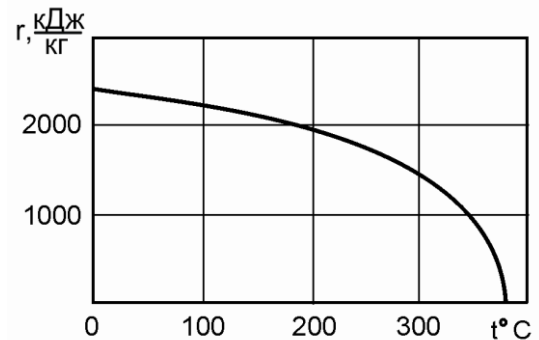
Речовина	$t_k, ^\circ\text{C}$	$p_k, \text{МПа}$	Речовина	$t_k, ^\circ\text{C}$	$p_k, \text{МПа}$
Гелій	-267,9	0,228	Аміак	132,3	11,28
Водень	-239,9	1,294	Етиловий спирт		
Азот	147,0	3,393	Вода	374,15	22,127
Кисень	-118,4	5,07	Вуглець	~ 6000	~ 700
Двоокис кисню	31,04	7,412	Ртуть	1480	147,1

Критична точка K належить одночасно обом пограничним кривим і відповідає стану речовини, при якому відсутня різниця між рідиною і парою. Це ілюструється залежністю теплоти пароутворення від температури для води (*рис. 7.4*), з якої видно, що в критичній точці теплота пароутворення стає рівною нулю ($r = 0$). При температурі вище критичного значення ізотерми не мають горизонтальних ділянок. При цих

температурах для будь-якого тиску речовина знаходиться в пароподібному (газоподібному) стані, а вид ізотерм в міру збільшення температури наближається до ізотермам ідеального газу.

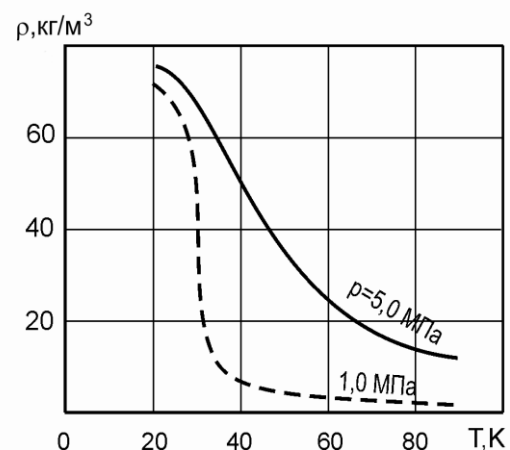
З p - v діаграми випливає важливий висновок про різний характер переходу рідини в пар при різних тисках. При докритичних тисках при підведенні до рідини теплоти послідовно відбуваються нагрів рідини до температури кипіння, пароутворення, під час якого речовина знаходиться в двофазному стані, і перегрів пари. При надкритичних тисках (лінія $x - y$) перехід з рідкого стану в газоподібний відбувається безперервно, минаючи двофазний стан. Границя між рідкою і газоподібною фазами в цьому випадку умовна.

Рис. 7.4. Залежність теплоти пароутворення води від температури



При переході рідини в пар при докритичних тисках відбувається стрибкоподібна зміна властивостей речовини. Як впливає з *рис. 7.5*, де показана залежність густини водню від температури при двох тисках, при надкритичному тиску, цей процес йде з безперервним накопиченням

Рис. 7.5. Залежність густини водню від температури і тиску



відмінностей між рідиною і парою. Це слід мати на увазі при проектуванні та аналізі роботи технічних пристроїв, в яких можливі фазові переходи (теплообмінники, системи охолодження, холодильні установки, парогенератори силових і енергетичних установок).

Використовуючи критичні параметри речовини можна визначити постійні a і b в рівнянні Ван-дер-Вальса: $a = 27 R^2 T_k^2 / 64 P_k$, $b = R T_k / 8 P_k$, $R = 8 P_k v_k / 3 T_k$. Параметри речовини, віднесені до відповідних параметрів в критичному стані, називаються *наведеними параметрами*:

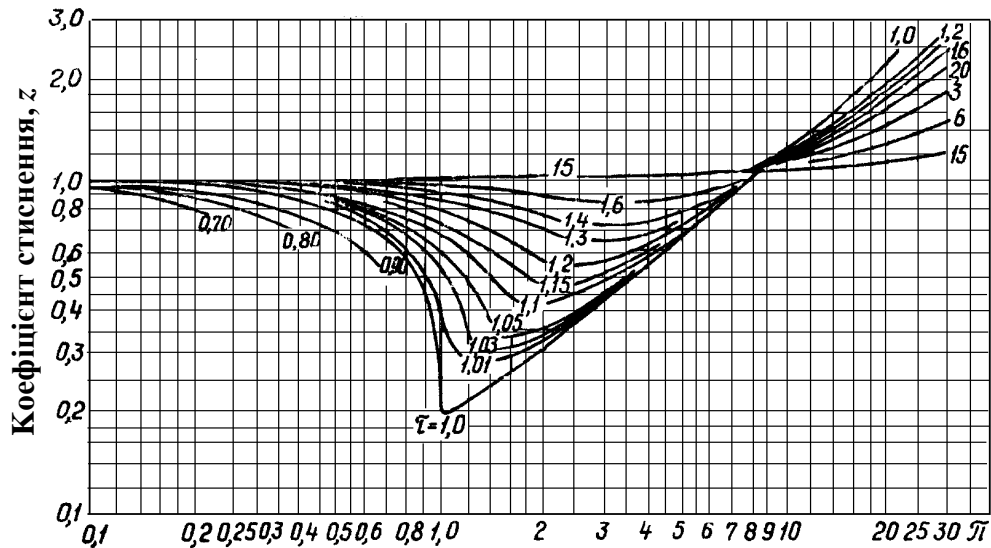
$$\pi = \frac{p}{p_k}, \quad \tau = \frac{T}{T_k}, \quad \varphi = v / v_k.$$

Тут p_k , T_k – критичні значення тиску і температури даної речовини. Використовуючи наведені параметри, рівняння Ван-дер-Вальса можна записати в наступному вигляді $(\pi + 3/\varphi^2)(\varphi - 1/3) = 8\tau$, яке називається *наведеним рівнянням стану Ван-дер-Вальса*. Для всіх речовин в критичній точці наведені параметри мають одне і те ж значення, що дорівнює одиниці.

Для практичних розрахунків з похибкою 15% можна використовувати рівняння стану реального газу в наступному вигляді:

$$p \cdot v = z \cdot R \cdot T, \quad (7.2)$$

яке отримано на основі *закону відповідних станів*. Тут z , що залежить від тиску p і температури T й визначається експериментально. На основі аналізу дослідних даних встановлено, що з певною точністю функція $z = z(\pi, \tau)$ є універсальною, тобто досить загальною для різноманітних речовин. Для конкретної речовини вона може бути визначена з z - π діаграми, приведеної на *рис. 7.6*. Відношення $z_k = R \cdot T_k / p_k \cdot v_k$ в критичній точці називається *критичним коефіцієнтом* й з урахуванням


 Рис. 7.6. z - p діаграма реального газу

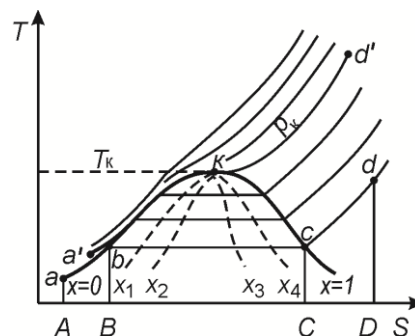
вищенаведених співвідношень для критичних параметрів (a , b , R) є незмінним і рівним $8/3 = 2,67$ [4].

7.3. ЕНТРОПІЙНІ ДІАГРАМИ РЕАЛЬНОГО ГАЗУ

Для аналізу і розрахунків термодинамічних процесів, що відбуваються в реальних газах, зручно використовувати ентропійні діаграми. Найбільш широкого поширення набули T - s – й i - s діаграми.

7.3.1. Діаграма T - s

Наявний вид T - s – діаграми реального газу приведений на *рис.7.7*. Так же, як і на p – v - діаграмі, тут нанесені граничні криві пари (лінія K - c)


 Рис. 7.7. T - s діаграма реального газу

і рідини ($b - K$). Область діаграми, обмежена справа граничною кривою рідини, а зверху - критичною ізотермою, є областю рідкого стану речовини. Область, розташована між граничними кривими є областю двофазного стану речовини «рідина-пара». Праворуч і вгору від граничної кривої пари розташована область газоподібного стану. В області двофазного стану («рідина-пара»), тобто між двома граничними кривими, наносяться лінії постійної сухості пари, $x = const$.

Ізобара $a-b-c-d$ на $T-s$ діаграмі при докритичних тисках має три характерні ділянки, що відповідають процесам нагріву рідини, пароутворення і перегріву пара. На ділянці пароутворення $b-c$ (тобто двофазного стану) ізобара збігається з ізотермою; тому на $T-s$ діаграмі вона являє собою горизонтальну пряму. Для визначення характеру протікання ізобар на ділянках підігріву рідини ($a-b$) і перегріву пари ($c-d$) можна використовувати величину тангенса кута нахилу дотичній до ізобар в $T-s$ координатах, який визначається рівнянням:

$$tg\beta_p = \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p = \frac{T}{c_p}.$$

При докритичних тисках теплоємність порівняно мало змінюється з температурою, тому величина $tg \beta_p$ з ростом температури збільшується. Ізобари в розглянутих областях діаграми представляють собою криві, наведені опуклістю до осі абсцис. При докритичних тисках ізобари рідини в $T-s$ діаграмі проходять поблизу пограничної кривої рідини і тому часто вже не зображуються на діаграмі.

У станах, близьких до критичної точки, зростання теплоємності на окремих ділянках відбувається значно інтенсивніше за збільшення температури (рис. 7.1). На цих ділянках з підвищенням температури величина $tg \beta_p$ зменшується й ізобара звернена опуклістю до осі абсцис. При тисках, які значно перевищують критичну величину, теплоємність порівняно мало змінюється з температурою й ізобари в цьому випадку

також є криві, звернені опуклістю до осі абсцис. Ізобара критичного тиску $a'Kd'$ не має горизонтальної ділянки (ділянки пароутворення); в цій точці є перегин цієї кривої, оскільки $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p = 0$.

В T - s діаграмі отримана (віддана) кількість теплоти визначається площею під кривою процесу. Якщо, наприклад, розглянути ізобарний процес $a-b-c-d$, то теплота процесу нагріву рідини від початкової температури до температури кипіння зображується площею $a-b-B-A$, теплота процесу пароутворення – площею $b-c-C-B$, а теплота перегріву пара – площею $c-d-D-C$. Для зручності користування T , s -діаграмою на ній також нанесені сітки ізохор, а також лінії постійних ентальпій.

7.3.2. Діаграма $i - s$

Загальний вид $i - s$ діаграми реального газу показано на *рис. 7.8*. На діаграму наносяться граничні криві рідини ($x = 0$) і пари ($x = 1,0$), ізобари, ізотерми та ізохори. Між граничними кривими розташовується область вологої насиченої пари, в якій наносяться лінії $x = const$. Область діаграми, розташована лівіше граничної кривої рідини і нижче критичної ізотерми, є областю рідкого стану. Інша частина діаграми відповідає перегрітій парі.

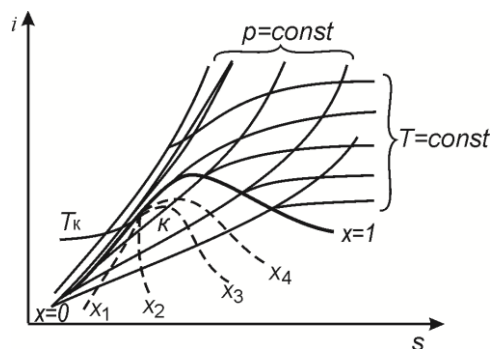


Рис. 7.8. i - s діаграма реального газу

Загальний вигляд ізобар на діаграмі $i - s$ можна встановити, розглянувши тангенс кута нахилу дотичної до ізобарі в $i - s$ – координатах:

$$tg\gamma_p = \left(\frac{\partial i}{\partial s} \right)_p = T.$$

У критичній точці похідна дорівнює T_k , тобто має позитивне значення; тому критична точка лежить на зростаючій частині пограничної кривої (рис. 7.8). В області підігріву рідини, оскільки температура в цьому процесі збільшується, ізобара буде зображуватися кривою, зверненою опуклістю до осі абсцис. В області вологої насиченої пари, ізобари є одночасно ізотермами, і тому представляють собою прямі лінії з кутовим коефіцієнтом, рівним абсолютній температурі насиченої пари. Ізобари високого тиску мають великий кут нахилу, так як вони відповідають великим температурам, в цьому випадку ізобари в області вологої пари зображуються віялоподібним пучком прямих ліній, що розходяться.

У точці перетину з пограничною кривою пари, ізобари пароутворення плавно переходять в ізобари перегріву пари. Оскільки температура в процесі перегріву пари збільшується, то ізобари в цій області представляють собою криві, звернені опуклістю до осі абсцис. Вид ізотерм визначається температурою, якій вони відповідають. Чим більша температура, тим вище розташовується ізотерма. Ізотерми перетинають граничні криві зі зломом. У міру віддалення від граничної кривої ($x = 1,0$) ізотерма наближається до горизонталі, що відповідає $i = const$, тому що в цій галузі пара стає близькою за своїми властивостями до ідеального газу, у якого ентальпія однозначно визначається температурою.

Як вказувалося в розділі 3, особливості $i - s$ діаграми роблять її зручною для проведення розрахунків і аналізу термодинамічних процесів. Це особливо важливо у випадку реальних газів, для яких аналітичні розрахунки ускладнені через відсутність точного рівняння стану. Порядок визначення основних термодинамічних величин для заданого процесу такий же, як у випадку ідеальних газів (розділ 3) [3, 4].

7.4. ДРОСЕЛЮВАННЯ ГАЗУ

Дроселювання - це процес зниження тиску газу або рідини в потоці без здійснення роботи. Таке явище має місце при протіканні газу (рідини) через гідравлічний опір, зокрема, під час проходження таких елементів, як клапани, жиклери, редуктори тиску і ін. Процес дроселювання широко застосовується для зниження температури в системах охолодження, холодильних установках й в установках для отримання зріджених газів.

Оскільки при дроселюванні газ, розширюючись, не здійснює зовнішньої роботи, то цей процес є *незворотним*. Зниження тиску в каналі може мати місце як через тертя, так і внаслідок зростання швидкості газу; що впливає з рівняння Бернуллі:

$$- dp = \rho \delta l_r + \rho c dc \quad . \quad (7.3)$$

При аналізі процесу дроселювання розглядається лише падіння тиску, викликане тертям. Дроселювання зазвичай протікає *без теплообміну з зовнішнім середовищем*. Потік в цьому випадку є енергоізованим, для якого рівняння збереження енергії має такий вигляд:

$$i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i_2 + \frac{c_2^2}{2}.$$

Відповідним підбором перерізів каналу перед дроселюванням і після нього можна забезпечити рівність швидкостей газу в цих перерізах. В цьому випадку з рівняння збереження енергії впливає рівність:

$$i_1 = i_2. \quad . \quad (7.4)$$

Відповідно, при адіабатному дроселюванні ентальпія газу до і після дроселювання (при $c_1 = c_2$) однакова. Необхідно мати на увазі, що умова

(7.4) визначає кінцевий результат процесу; при цій умові не беруться до уваги проміжні стани газу.

Схема і зміна параметрів газу при дроселюванні показані на *рис. 7.9а*. Незмінність ентальпії при дроселюванні пояснюється тим, що робота сил тертя l_r повністю переходить в теплоту тертя q_r , яка передається газу, що забезпечує відновлення ентальпії до початкового рівня ($i_2 = i_1$). Для ідеального газу $\Delta i = c_p \Delta T$, тому умова (7.4) означає рівність температур:

$$T_1 = T_2. \quad (7.5)$$

Це означає, що, при адіабатному дроселюванні ідеального газу його температура не змінюється.

З (7.4) також випливає, що процес дроселювання ідеального газу в координатах $i - s$ зображується горизонтальною прямою (*рис. 7.9б*). Це зображення є умовним, так як, з одного боку, процес дроселювання є

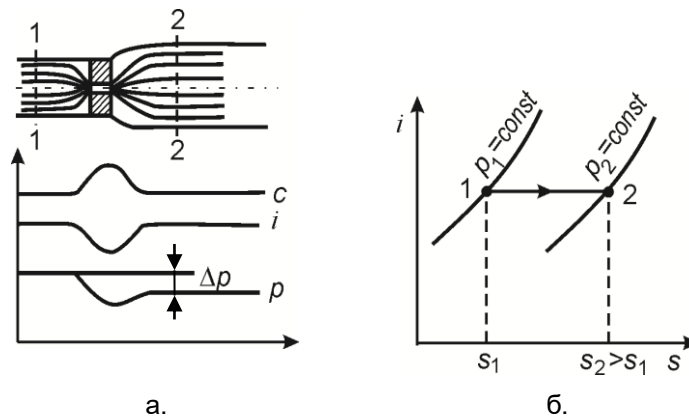


Рис. 7.9. Схема дроселювання (а) і зміна параметрів газу при дроселюванні ідеального газу (б)

незворотним і, з іншого боку - ентальпія газу в проміжних станах може змінюватися. Оскільки при дроселюванні $p_2 < p_1$, то на діаграмі $i - s$ процес дроселювання протікає зліва направо і супроводжується зростанням ентропії. Так як при цьому відсутнє підведення теплоти, то зростання ентропії пов'язане з незворотністю процесу.

Дроселювання реального газу обов'язково супроводжується зміною його температури. Явище зміни температури газу при дроселюванні отримало назву *ефекту Джоуля-Томсона*, або *дросельного ефекту*. Зміна температури реального газу при нескінченно малих змінах тиску характеризується *диференціальним дросельним ефектом*:

$$\alpha_i = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i. \quad (7.6)$$

Величину α_i визначають експериментально і представляють у вигляді таблиць або графіків. Оскільки при дроселюванні $dp < 0$, то знак α_i обернений знаку dT . Залежно від природи газу і початкового стану, при дроселюванні газу його температура може знижуватись ($\alpha_i > 0$), підвищуватись ($\alpha_i < 0$), або залишатись незмінною ($\alpha_i = 0$). Стан реального газу, при якому α_i не змінює свого знаку (тобто $\alpha_i = 0$), називається *точкою інверсії*, а температура, яка відповідає цьому стану – *температурою інверсії*. Геометричне місце точок інверсії на діаграмі стану називається *кривою інверсії*.

На *рис. 7.10* наведена крива інверсії для азоту. Якщо початкова температура і тиск газу перед дроселюванням такі, що стан його зображується точкою, що лежить всередині області, обмеженої кривою інверсії, то $\alpha_i > 0$, тобто. газ при дроселюванні охолоджується. Поза цією областю $\alpha_i < 0$, тобто температура газу при дроселюванні підвищується. Аналогічний характер мають криві інверсії для інших речовин.

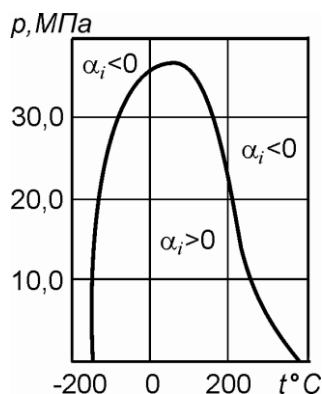


Рис. 7.10. Крива інверсії азоту

Для більшості газів, використовуваних в техніці, практичний діапазон тисків і температур розташовується всередині області обмеженої кривою інверсії і тому вони в звичайних умовах при дроселюванні *охолоджуються*. Винятком є водень і гелій, у яких температура інверсії дуже мала (у водню при $p = 101300$ Па, $t_u \approx -80^\circ\text{C}$) і, тому, при звичайних умовах в процесі адіабатного дроселювання вони *нагріваються*.

Зміна температури ΔT_i газу при кінцевій зміні тиску Δp називається *інтегральним дросельним ефектом*. Якщо величина Δp невелика, то зміну температури можна знайти з наближеного рівняння (7.6), вважаючи, що $\alpha_i = \text{const}$:

$$\Delta T_i \approx \alpha_i \Delta p. \quad (7.7)$$

При значній величині Δp умова $\alpha_i = \text{const}$ є неприйнятною і в цьому випадку:

$$\Delta T_i = \int_{p_2}^{p_1} \alpha_i dp. \quad (7.8)$$

Більш зручно величину ΔT_i можна визначити за допомогою ентродійних діаграм. Для цього на T - s або i - s діаграмі згідно параметрів p_1 й T_1 наноситься початкова точка 1 (рис. 7.11, 7.12). Провівши з точки 1

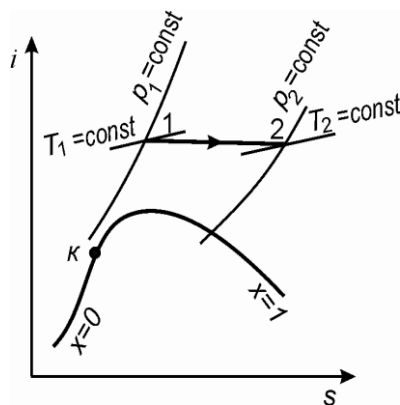


Рис. 7.11. Дроселювання газу в i - s діаграмі

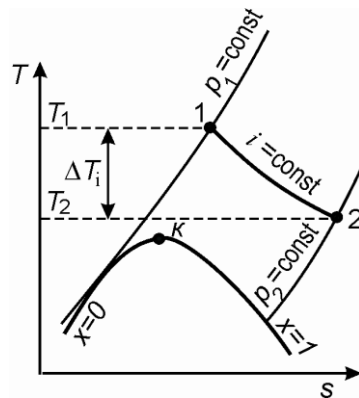


Рис. 7.12. Дроселювання газу в T - s діаграмі

лінію $i = \text{const}$ до перетину з ізобарою p_2 , яка відповідає кінцевому тиску процесу, визначають кінцеву точку процесу 2. За точкою 2 (стан газу після дроселювання) знаходять температуру газу після дроселювання T_2 й різницю температур $\Delta T_1 = T_2 - T_1$.

Для з'ясування фізики ефекту Джоуля-Томсона розглянемо спочатку процес розширення нерухливого газу без здійснення зовнішньої роботи (рис. 2.13). Оскільки цей процес йде без теплообміну з зовнішнім середовищем, то згідно з першим законом термодинаміки $\Delta u = 0$. В реальному газі $\Delta u = \Delta u_{\text{кін.}} + \Delta u_{\text{пот.}}$, Відповідно, в цьому випадку отримуємо: $\Delta u_{\text{кін.}} = -\Delta u_{\text{пот.}}$.

При розширенні реального газу його потенціальна енергія збільшується, оскільки при цьому його енергія *витрачається на роботу подолання сил взаємного притягання молекул*. Тому в даному випадку величина $\Delta u_{\text{пот.}}$ додатна, а $\Delta u_{\text{кін.}}$ – від'ємна. Відповідно, при розширенні нерухомого газу без здійснення зовнішньої роботи його внутрішня кінетична енергія, а, отже, і температура зменшуються.

У разі дроселювання рухомого газу, як було показано,

$$\Delta i = \Delta u + \Delta(pv) = 0,$$

або

$$\Delta u_{\text{кін.}} = -[\Delta u_{\text{пот.}} + \Delta(pv)],$$

причому знак $\Delta u_{\text{пот.}}$ буде таким же, як і в попередньому прикладі. Відповідно, знак $\Delta u_{\text{кін.}}$, а, відтак, і характер зміни температури при дроселюванні, буде визначатися співвідношенням між $\Delta u_{\text{пот.}}$ і роботою проштовхування $\Delta(pv)$.

Якщо $[\Delta u_{\text{пот.}} + \Delta(pv)] > 0$, то $\Delta T_i < 0$,

якщо $[\Delta u_{\text{пот.}} + \Delta(pv)] < 0$, то $\Delta T_i > 0$,

якщо $[\Delta u_{\text{пот.}} + \Delta(pv)] = 0$, то $\Delta T_i = 0$.

Таким чином, температура реального газу при дроселюванні може змінюватися по-різному. Першопричиною ефекту Джоуля-Томсона, є властивості реального газу, зміна внутрішньої потенційної енергії газу і роботи проштовхування [1, 3, 4].

7.5. ПАРОВИЙ ЦИКЛ КАРНО

Схема паросилової установки, що працює за циклом Карно з насиченою парою в якості робочого тіла, представлена на рис. 7.13. Підведення теплоти в котлі паросилової установки відбувається при $p_1 = \text{const}$ і $T_1 = \text{const}$. З парового котла 1 суха насичена пара надходить в парову турбіну 2, де, розширюючись від тиску p_1 до p_2 , здійснює корисну роботу, виробляючи електрику (електрогенератор 3). З турбіни пара надходить в конденсатор 4, де частково конденсується, віддаючи *частину теплоти* охолоджуючій воді, яка проходить по трубках конденсатора. Відведення теплоти від пари в конденсаторі відбувається при постійному тиску p_2 і постійній температурі T_2 . З конденсатора *волога пара* надходить в компресор 5, де адіабатно стискається до тиску p_1 , що дорівнює тиску в паровому котлі. Потім конденсат подається в паровий котел 1, де цикл завершується.

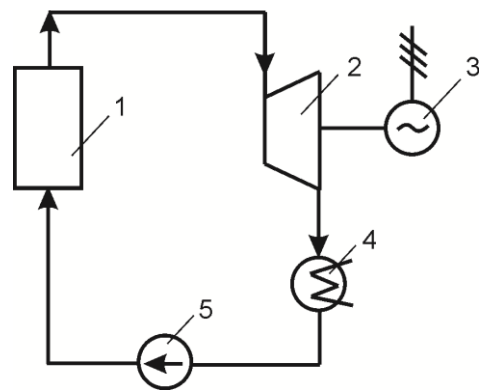
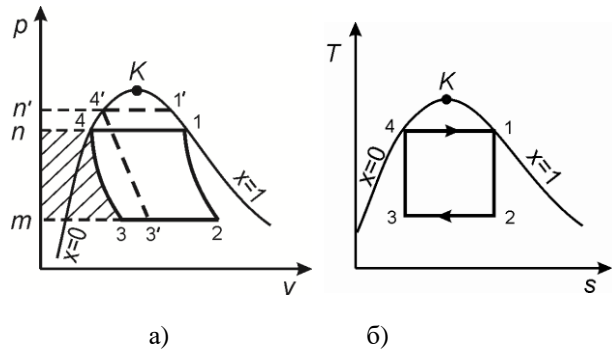


Рис. 7.13. Схема паросилової установки, що працює за циклом Карно

Цикл Карно насиченої пари (рис. 7.14) складається з наступних процесів: 4-1 – ізобарно-ізотермічне підведення теплоти q_1 до пари в котлі;

1-2 – адіабатне розширення пари до тиску p_2 в турбіні; 2-3 – ізобарно-ізотермічне відведення теплоти q_2 в конденсаторі; 3-4 – адіабатне стиснення конденсату в компресорі. Відведення теплоти в конденсаторі відбувається до тих пір, поки волога пара не досягне такого стану, в результаті якого при стисненні за адіабатою 3-4 суміш води і пара (т. 3) перетвориться в воду (т. 4).

Рис. 7.14. Цикл Карно для насиченої водяної пари в p - v (а) і T - s (б) діаграмі



Термічний ККД оборотного циклу Карно визначається рівняннями:

$$\eta_i = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} .$$

Критична температура води дорівнює $374,15^\circ\text{C}$ (критичний тиск $22,127 \text{ МПа}$), тому температурний інтервал між нижньою ($t_2 = 25^\circ\text{C}$) і верхньою (не вище $t_1 = 340 \dots 350^\circ\text{C}$) температурами циклу порівняно малий. Наприклад, для оборотного циклу Карно, який здійснюється з вологою парою в інтервалі температур від 25 до 250°C , рівний:

$$\eta_i = 1 - \frac{25 + 273,15}{250 + 273,15} = 0,52 .$$

Однак, в паросилових установках цикл Карно *не застосовується за таких причин*. В циклі Карно конденсація пари в ізотермічному процесі 2-3 здійснюється неповністю, тому в адіабатному процесі 3-4 стискається не вода, а волога пара, яка має відносно великий об'єм. Компресор для стиснення вологої пари з малими тисками і великими питомими об'ємами є

металомістким. На стиснення вологої пари витрачається відносно велика робота, чисельно рівна площі $n-4-3-m$ (рис. 7.14а).

Крім того, затрата роботи на стиск збільшується при підвищенні початкових параметрів пари p_1 і T_1 або зменшенні кінцевих параметрів p_2 і T_2 . Так, наприклад, при збільшенні вихідних параметрів p_1 і T_1 до параметрів в точці 1' робота, що витрачається на стиснення вологої пари, чисельно дорівнює пл. $n'-4'-3'-m$, як видно з рисунка, пл. $n-4-3-m < n'-4'-3'-m$. Отже, незважаючи на збільшення термічного ККД циклу Карно при збільшенні початкових і зменшенні кінцевих параметрів робочого тіла економічна ефективність використання теплоти в установці зменшується. Остання обставина пов'язана з відносно великим об'ємом компресора і підвищеними втратами. Таким чином, практично знецінюються переваги парової установки, що працює за циклом Карно (максимальний термічний ККД), внаслідок підвищеної роботи, необхідної для стиснення відпрацьованого конденсату. При роботі у вологому парі відбувається механічне зношування лопаток останніх ступенів турбіни і компресора краплями води. Течія пари виявляється газодинамічно недосконалим процесом і внутрішній відносний ККД установки зменшується.

З цих причин цикл Карно практично не застосовується в паросилових установках, а зберігає лише теоретичне значення як еталонний цикл, що має в заданому температурному інтервалі максимальний термічний ККД [1, 3, 4]

7.6. ЦИКЛ РЕНКІНА

На рис. 7.15 а наведена принципова схема паросилової установки, що працює по циклу Ренкіна з насиченою парою. Суха насичена пара з параметрами p_1 , T_1 з парового котла 1 надходить в турбіну 3, де розширюється адіабатно від тиску p_1 до тиску p_2 . Після турбіни волога

пара з параметрами p_2 , T_2 надходить в конденсатор 5, де повністю конденсується при постійному тиску і відповідній температурі. Поживна вода за допомогою насоса 6 стискається до тиску p_1 (тиск в паровому котлі) і подається в котел. Параметри води на вході в котел – p_1 , T_1 . В паровому котлі живильна вода змішується з киплячою водою, нагрівається до температури кипіння і випаровується.

Необхідно відзначити, що внаслідок різкого зменшення питомого

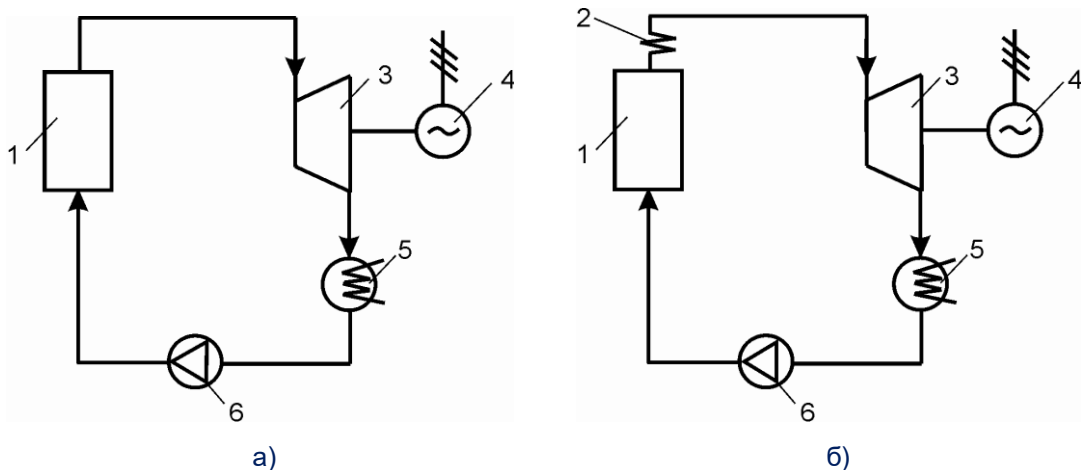
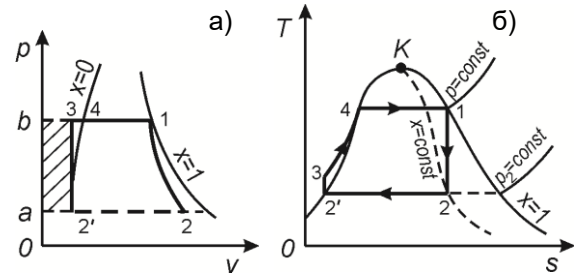


Рис. 7.15. Схема паросилової установки, яка працює за циклом Ренкіна з насиченою (а) і перегрітою (б) парою: 1 – паровий котел; 2 – пароперегрівач; 3 – парова турбіна; 4 – електрогенератор; 5 – конденсатор; 6 – насос конденсату

об'єму пари, що надходить в конденсатор, при перетворенні його в рідкий стан в конденсаторі утворюється вакуум. Абсолютний тиск в конденсаторах зазвичай не перевищує 0,004 ... 0,005 МПа. Високий вакуум дозволяє виробляти в парових турбінах більш глибоке розширення робочого тіла.

Цикл Ренкіна з насиченою парою в $p-v$ і $T-s$ -діаграмах представлений на рис. 7.16. Він складається з наступних процесів: 4-1 – пароутворення в котлі при тиску $p_1 = const$; 1-2 – адіабатне розширення пари в турбіні; 2-2' – конденсація вологої пари при тиску p_2 в конденсаторі з відведенням теплоти за допомогою охолоджуючої води; 2'-3 – адіабатне стиснення води в насосі від тиску p_2 до тиску p_1 ; 3-4 – підведення теплоти до води при тиску p_1 в паровому котлі до температури кипіння. Лінія 3-4 зображує зміну температури води при нагріванні в котлі від температури в

Рис. 7.16. Цикл Ренкіна з насиченою парою в $p-v$ і $T-s$ діаграмі



конденсаторі до температури кипіння (нагрів води в насосі незначний). Ентальпія пари на виході з котла в точці 1 дорівнює i_1 , а ентальпія пара на вході в конденсатор в точці 2 дорівнює i_2 . Ентальпія води на виході з конденсатора в точці 2' рівна i_2' . Робота насоса $l_{\text{нас}}$. Визначається площею $a-b-3-2'$. Корисна робота пари в циклі Ренкіна дорівнює площі $2'-3-4-1-2$. Термічний ККД циклу визначається за рівнянням:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1}. \quad (7.9)$$

Теплота q_1 в циклі підводиться при $p = \text{const}$ в процесах: 3-4 – підігрів води до температури кипіння в котлі, 4-1 – пароутворення в котлі. Для 1 кг пари q_1 рівно різниці ентальпій кінцевої (точка 1) і початкової (точка 3) точок процесу, тобто:

$$q_1 = i_1 - i_3. \quad (7.10)$$

Відведення теплоти q_2 відбувається в конденсаторі за ізобарою 2 - 2', відповідно,

$$q_2 = i_2 - i_2'. \quad (7.11)$$

Підставляючи вирази (7.10) і (7.11) в вираз (7.9), отримуємо:

$$\eta_t = \frac{(i_1 - i_3) - (i_2 - i_2')}{i_1 - i_3} = \frac{(i_1 - i_2) - (i_3 - i_2')}{i_1 - i_3}. \quad (7.12)$$

Термічний ККД можна визначити також з виразу:

$$\eta_t = l/q_1,$$

де l – корисна робота циклу.

Корисна робота циклу дорівнює різниці роботи парової турбіни і роботи, витраченої на привід насоса $l = l_{\text{тур.}} - l_{\text{нас.}}$, робота парової турбіни дорівнює зменшенню ентальпії в процесі 1 – 2: $l_{\text{тур.}} = i_1 - i_2$. При адіабатному стискуванні води в насосі і подачі її в котел витрачається робота $l_{\text{нас.}} = i_3 - i_2$. Тоді:

$$l = l_{\text{тур.}} - l_{\text{нас.}} = (i_1 - i_2) - (i_3 - i_2).$$

З іншого боку, робота, витрачена на привід насоса при адіабатні стисненні і $v = \text{const}$, визначається як

$$l_{\text{нас.}} = i_3 - i_2 = \int_{p_2}^{p_1} v dp = v'(p_1 - p_2),$$

де v' – питомий об'єм води на лінії насичення при тиску p_2 . Тоді:

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{l_{\text{тур.}} - l_{\text{нас.}}}{q_1} = \frac{(i_1 - i_2) - v'(p_1 - p_2)}{i_1 - i_3}. \quad (7.13)$$

Різниця ентальпій $i_1 - i_2$ становить близько $3 \cdot 10^6$ Дж/кг, а член $v'(p_1 - p_2)$ – порядку $(1 \dots 2) 10^4$ Дж/кг навіть для установок високого тиску. Тому величиною роботи насоса, внаслідок її малості в порівнянні з роботою турбіни, можна знехтувати. Тоді $i_3 \approx i_2$ і вираз (7.13) матиме вигляд:

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_2}. \quad (7.14)$$

Термічний ККД циклу Ренкіна менше ККД циклу Карно при однакових початкових і кінцевих параметрах пари. У циклі Карно теплота q_1 витрачається тільки на процес пароутворення, тобто $q_1 = r$, а в циклі

Ренкіна вона витрачається як на пароутворення, так і на підігрів живильної води в процесі 3-4, тобто $q_1 = r + c_p \cdot (T_4 - T_3)$.

З рис. 7.14 і 7.16 видно, що *робота насоса значно менше роботи компресора в паровому циклі Карно* $= l_{\text{ком.}} \gg l_{\text{нас.}}$. Заміна циклу Карно циклом Ренкіна значно збільшує корисну роботу циклу за рахунок зменшення роботи на привід компресора. Так, в паросилових установках, що працюють за циклом Ренкіна і циклом Карно *при одних і тих же початкових параметрах пари, цикл Ренкіна дозволяє отримати в 1,5 рази більше роботи, ніж паросилова установка з циклом Карно*.

З підвищенням початкової температури насиченої пари термічний ККД циклу Ренкіна зростає. Однак при температурі вище 180 ... 190°C (1,0 ... 1,2 МПа) подальше підвищення початкової температури викликає різке збільшення тиску пари і його кінцевої вологості (в точці 2), що погіршує експлуатацію турбіни [1, 3, 4].

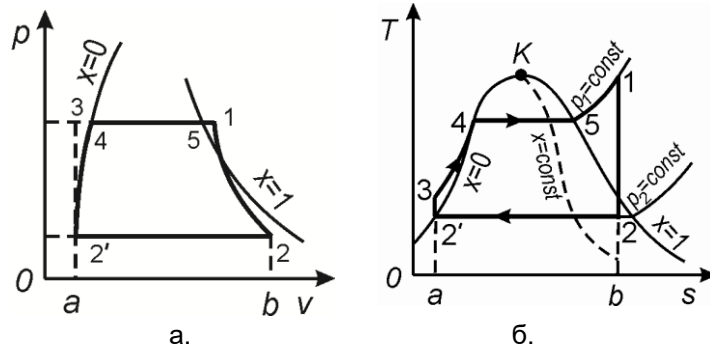
7.6.1. Цикл Ренкіна з перегрітою парою

Другий шлях підвищення термічного ККД циклу Ренкіна, що дозволяє без збільшення початкового тиску пари підняти середню температуру підведення теплоти в циклі, полягає в застосуванні перегрітої пари. В даний час температура перегріву пари досягає 600 ... 650°C. Крім того, перегрів пари призводить до зменшення кінцевої вологості. Паросилова установка, що працює по циклу Ренкіна з *перегрітою парою* (рис. 7.15б), відрізняється від паросилової установки з насиченою парою наявністю *пароперегрівача 2*, в якому пара нагрівається до температури, що перевищує температуру насичення при постійному тиску p_1 .

Цикл Ренкіна з перегрітою парою (рис. 7.17б) відрізняється від циклу Карно (рис. 7.14б), так як ізобари в області перегрітої пари на відміну від ізобар в області насиченої пари не збігаються з ізотермами. Середня температура підведення теплоти в циклі Ренкіна з перегрітою парою

збільшується в порівнянні з температурою підведення теплоти в циклі без перегріву, тому *термічний ККД такого циклу зростає*.

Рис. 7.17. Цикл Ренкіна з перегрітою парою



Цикл Ренкіна з перегрітою парою складається з наступних процесів: 3-4 – нагрів води в котлі до температури кипіння при тиску p_1 ; 4-5 – пароутворення в котлі при тиску p_1 ; 5-1 – перегрів пари; 1-2 – адіабатне розширення пари в турбіні; 2-2' – конденсація пари в конденсаторі при тиску $p_2 = \text{const}$; 2'-3 – адіабатне стиснення води в насосі.

Теплота в циклі Ренкіна з перегрітою парою підводиться при постійному тиску $p_1 = \text{const}$ на ділянках: 3-4 – підігрів води до температури кипіння; 4-5 – випаровування води; 5-1 – перегрів пари. Кількість теплоти q_1 , підведеної в циклі, чисельно дорівнює площі $a-2'-3-4-5-1-2-b$. Кількість теплоти q_2 , яка відводиться в циклі Ренкіна в процесі 2-2' при $p_2 = \text{const}$, чисельно рівна площі $a-2'-2-b-a$. Робота циклу визначається площею $2'-3-4-5-1-2-2'$.

Кількість теплоти, підведеної (відведеної) в ізобарному процесі, дорівнює різниці ентальпій робочого тіла на початку і в кінці процесу:

$$q_1 = i_1 - i_3, \quad q_2 = i_2 - i_{2'}.$$

Тоді термічний ККД циклу дорівнює:

$$\eta_t = \frac{(q_1 - q_2)}{q_1} = \frac{(i_1 - i_3) - (i_2 - i_{2'})}{i_1 - i_3}. \quad (7.15)$$

Економічність паросилового циклу також характеризується витратою пари d і теплоти q_1^* , що припадає на одиницю роботи (1 МДж). Теоретична масова питома витрата пари в кілограмах (на 1 МДж) становить:

$$d = \frac{1000}{l_u} = \frac{1000}{i_1 - i_2}. \quad (7.16)$$

Знаючи питому витрату пари d , можна визначити площі прохідних перерізів проточної частини паросилової установки, трубопроводів, каналів, розміри лопаток і т.д. Питома теплота q_1^* розраховується за виразом:

$$q_1^* = d (i_1 - i_3). \quad (7.17)$$

З виразів (7.16) і (7.17) отримаємо:

$$q_1^* = 1000 \frac{i_1 - i_3}{i_1 - i_2}. \quad (7.18)$$

В даний час цикл Ренкіна з перегрітою парою є основним циклом теплосилових установок, що застосовуються в теплоенергетиці. У кращих тепло-енергетичних установках його термічний ККД становить від 30 до 40% [3, 4].

7.7. ЦИКЛИ АТОМНИХ ЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК

На сучасному етапі широке поширення в енергетиці отримали атомні електростанції, які використовують енергію, що виділяється в результаті поділу ядер важких елементів. В якості ядерного палива в них використовуються *уран і плутоній*, а теплоносієм є вода, гази (гелій, азот, вуглекислий газ), метали (калій, натрій) і органічні рідини (вуглеводи, дифенілоксид і ін.). Атомна енергетична установка включає ядерний

реактор, парогенератор, парову турбіну, конденсатори, насоси, радіаційний захист, систему управління реактором, циркуляційні контури, допоміжні агрегати, електрогенератор і ін.

Атомні енергетичні установки можуть бути *одно-, дво- і трьохконтурними*. В одноконтурних ядерних енергетичних установках робоче тіло з реактора направляється в турбіну. В таких установках робоче тіло володіє радіоактивністю. Дво- і трьохконтурні енергетичні установки позбавлені цього недоліку.

7.7.1. Одноконтурні атомні установки

В атомному реакторі 1 (рис.7.18) за рахунок енергії атомного палива робоче тіло нагрівається і перетворюється на пару. З реактора пар надходить в парову турбіну 2, де здійснює роботу при розширенні. Відпрацьований пар після турбіни надходить в конденсатор 4. Конденсат за допомогою насоса 5 знову прямує в реактор. Як робоче тіло в одноконтурних атомних установках зазвичай використовують органічні теплоносії і воду.

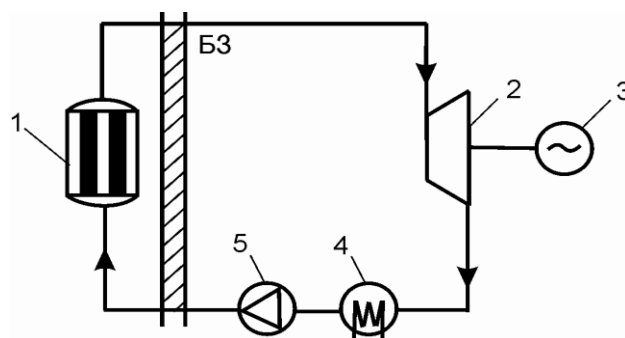
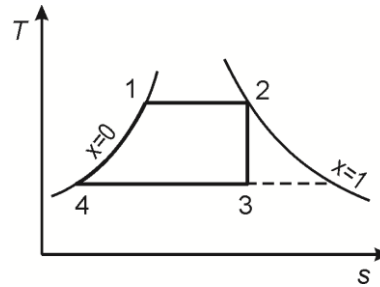


Рис. 7.18. Схема одноконтурної ядерної енергетичної установки: 1 - ядерний реактор; 2 - парова турбіна; 3 – електрогенератор; 4 - конденсатор; 5 – насос; БЗ – біологічний захист

Основним недоліком органічних теплоносіїв є висока температура конденсації. Так, наприклад, у дифенілоксиду при тиску 0,015 МПа температура конденсації T_2 складає 470 К. Тому органічні теплоносії в одноконтурній схемі доводиться використовувати з турбінами високого тиску, в яких відпрацьована пара прямує на потреби теплопостачання.

Цикл одноконтурної атомної енергетичної установки з насиченою парою представлений на *рис. 7.19*. Він включає: такі процеси: 4-1 – підігрів робочого тіла до температури кипіння; 1-2 – пароутворення в ядерному реакторі; 2-3 – адіабатне розширення робочого тіла в турбіні; 3-4 – відведення теплоти в конденсаторі при постійному тиску.

Рис. 7.19. Цикл одноконтурної ядерної енергетичної установки



7.7.2. Двоконтурні атомні установки

В двоконтурній атомній енергетичній установці (рис. 7.20) використовуються два теплоносія. У першому контурі циркулює проміжний теплоносій, а в другому – вода і водяна пара. Нагрітий в ядерному реакторі 1 проміжний теплоносій надходить в парогенератор-теплообмінник 2, де віддає теплоту робочому тілу другого контуру. Потім

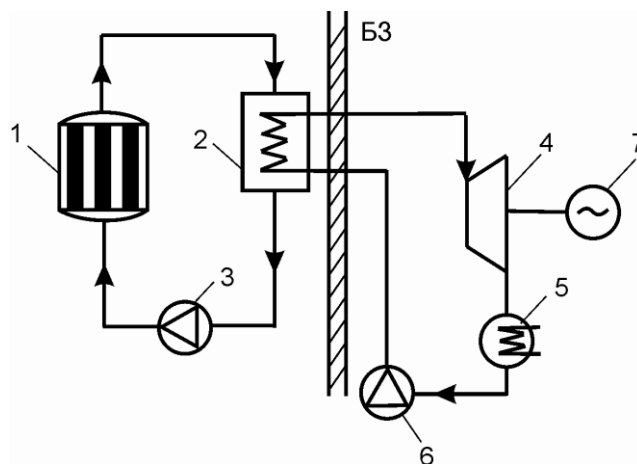


Рис. 7.20. Схема двоконтурної ядерної енергетичної установки:
1 – ядерний реактор; 2 – парогенератор-теплообмінник;
3 – насос теплоносія; 4 – парова турбіна; 5 – конденсатор;
6 – водяний насос; 7 – електрогенератор; БЗ – біологічний захист

за допомогою насоса-теплоносія 3 подається в реактор. Водяна пара з парогенератора-теплообмінника 2 надходить в парову турбіну 4. З турбіни волога пара надходить в конденсатор 5, де повністю конденсується і насосом 6 конденсат подається в парогенератор-теплообмінник. У двоконтурних атомних енергетичних установках другий контур установки зазвичай відділений від першого спеціальним біологічним захистом. В якості теплоносія в первинному контурі використовують воду, органічні речовини і гази.

7.7.3. Трьохконтурні атомні установки

Рідкі металеві теплоносії (калій, натрій) дають можливість збільшити початкову температуру робочого тіла, що надходить в турбіну, тобто підвищити термічний ККД циклу і установки в цілому. Однак, при контакті з тепловидільними елементами реактора вони стають радіоактивними, а при контакті з водою і киснем можуть призвести до вибуху. Тому в разі застосування рідких металевих теплоносіїв зазвичай використовують *трихконтурну теплову схему* (рис. 7.21).

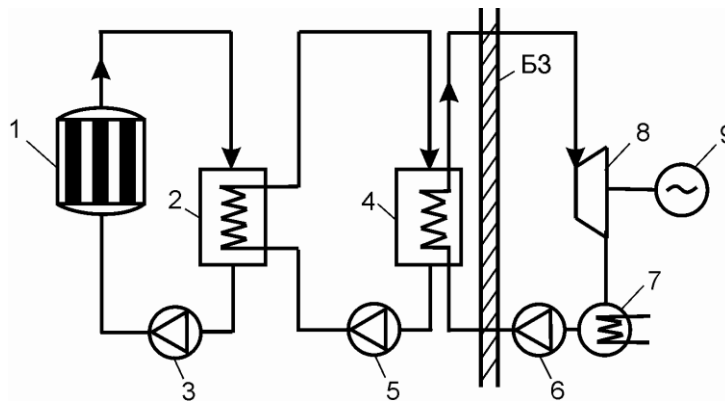


Рис. 7.21. Схема трьохконтурної ядерної енергетичної установки.

1 – ядерний реактор; 2, 4 – проміжні теплообмінники;
3, 5, 6 – насоси; 7 – конденсатор; 8 – парова турбіна;
9 – електрогенератор; БЗ – біологічний захист

В першому контурі циркулює металевий теплоносій (натрій або калій), у другому - натрій або натрієво-калієвий сплав, в третьому - робоче

тіло - вода і водяна пара. Другий і третій контури не радіоактивні і не вимагають окремого біологічного захисту.

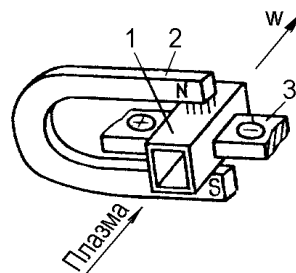
Термічний ККД атомних енергетичних установок, як і парового циклу Карно, залежить від початкових і кінцевих параметрів пари. Початкові параметри лімітуються допустимою температурою покриття тепловиділяючих елементів реактора, яка становить $400 \dots 600^{\circ}\text{C}$, а також критичною температурою ядерного палива, при якій настають фазові перетворення. На величину термічного ККД найбільший вплив робить термічний ККД паросилового циклу. *Дійсний ККД сучасних атомних станцій становить $17 \dots 36\%$ [1].*

7.8. ЕНЕРГЕТИЧНІ УСТАНОВКИ З МГД-ГЕНЕРАТОРОМ

За принципом дії магнітогідродинамічний генератор аналогічний електричній машині, але роль рухомого провідника в ньому грає не металевий дріт (ротор), а струмінь плазми (іонізований газ) або рідкий метал.

Основними елементами МГД-каналу є: робочий канал прямокутного перерізу, магніт, електроди, а також камери згоряння і сопло, які на рисунку не показані. Робочий канал МГД-генератора 1 (рис.7.22) знаходиться в магнітному полі магніту 2, силові лінії якого перпендикулярні до осі каналу. Електропровідний газ із сопла зі швидкістю $1000 \dots 1200 \text{ м/с}$ надходить в робочий канал генератора. При перетині магнітних силових ліній в рухомій плазмі виникають е.р.с. і електричний струм, тобто в робочому об'ємі МГД-генератора генерується електроенергія, яка відводиться до споживача за допомогою електродів 3.

Рис. 7.22. Принципова схема каналу МГД-генератора



МГД-генератори – *пристрої безмашинного перетворення теплоти в електричну енергію*. Теплота в них перетворюється в енергію електричного струму, минаючи проміжну стадію перетворення теплоти в механічну роботу. На відміну від парових турбін в МГД-генераторах відсутні рухомі елементи. Останнє дозволяє працювати при більш високій початковій температурі, яка як правило, становить $2500 \dots 3000^\circ\text{C}$, тоді як в парових турбінах вона не перевищує 650°C , а в газових - $700 \dots 800^\circ\text{C}$. Теплосилові енергетичні установки з МГД-генератором працюють по відкритому або закритому циклу.

7.8.1. МГД-установка відкритого циклу

На *рис. 7.23* наведена принципова схема МГД-установки, яка працює по відкритому циклу. Повітря з компресора 1 при тиску p_1 надходить в повітрянагрівач 4, де нагрівається при $p_1 = \text{const}$ до температури $1500 \dots 2000^\circ\text{C}$ продуктами згоряння, що виходять з МГД-генератора. З повітряопідігрівача повітря подається в камеру згорання 2, в яку одночасно надходить рідке паливо. Продукти згорання, що утворилися в камері при температурі $2950 \dots 3050^\circ\text{C}$ надходять в МГД-генератор 3. Перед МГД-генератором в потік продуктів згорання

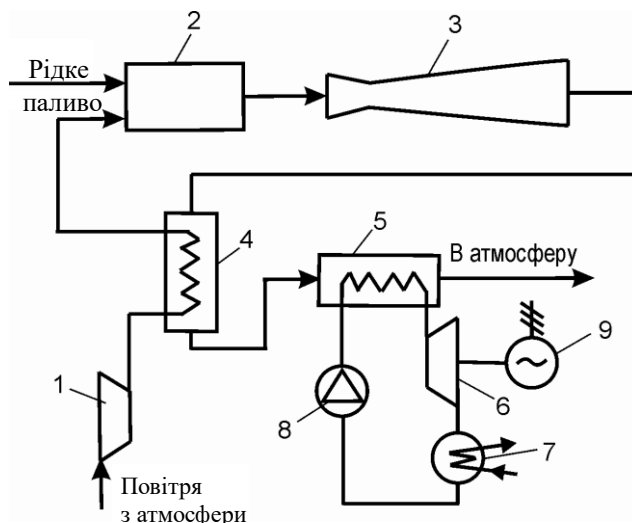


Рис. 7.23. Схема МГД-установки відкритого циклу. 1 – компресор; 2 – камера згорання; 3 – МГД-генератор; 4 – теплообмінник-повітропідігрівач; 5 – парогенератор; 6 – парова турбіна; 7 – конденсатор; 8 – насос; 9 – електрогенератор

вводяться іонізуючі добавки. У робочому каналі МГД-генератора іонізуючі продукти згорання розширюються адіабатно до тиску p_2 . Температура продуктів згорання на виході з МГД-генератора досягає $2300...2400^\circ\text{C}$.

З МГД-генератора продукти згорання надходять в регенеративний теплообмінник-повітрянагрівач 4, де охолоджуються, підігріваючи повітря, що подається в камеру згорання. З повітрянагрівача продукти згорання надходять в парогенератор 5, де при $p = \text{const}$ віддають теплоту воді, що циркулює в паровому контурі. Пара, отримана в парогенераторі, надходить в парову турбіну 6, де, розширюючись, здійснює роботу..

На *рис. 7.24* в $T-s$ діаграмі наведений цикл МГД-установки, що працює за відкритою схемою. Замкнутий контур 1-2-3-4-5-6-7-1 представляє собою магнітогідродинамічну, а 8-9-10-11-12-8 – пароводяну стадію циклу. При цьому МГД-стадія циклу складається з наступних процесів: 1-2 – адіабатне стиснення повітря в компресорі від тиску p_2 до тиску p_1 ; 2-3 – підведення теплоти до повітря в повітрянагрівачі 4 при тиску $p_1 = \text{const}$; 3-4 – підведення теплоти в камері згорання *при постійному тиску*; 4-5 – адіабатне розширення продуктів згорання в МГД-генераторі зі здійсненням роботи (виробляє електроенергію); 5-6-7-1 – відведення теплоти в циклі при $p_2 = \text{const}$, де 5-6 – віддача теплоти повітря в повітрянагрівачі, що надходить в камеру згорання з компресора; 6-7 – віддача теплоти воді в парогенераторі 5; 7-1 – віддача теплоти в навколишнє середовище при $p = \text{const}$. Пароводяна стадія циклу включає процеси: 8-9 – нагрів води в регенеративному теплообміннику до

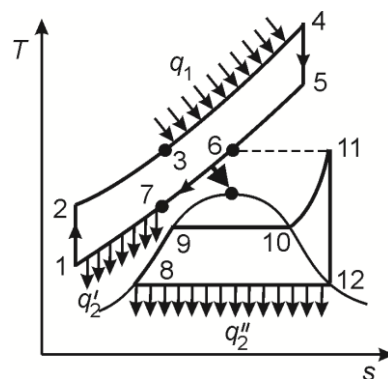


Рис. 7.24. $T-s$ діаграма МГД-установки відкритого циклу

температури кипіння; 9-10 і 10-11 – пароутворення і перегрів пари, який утворився в парогенераторі; 11-12 – адіабатне розширення пари в турбіні; 12-8 – конденсація пари з відведенням теплоти в конденсаторі при постійному тиску.

Пароводяний цикл побудований для 1 кг води, а МГД-цикл – для m кг робочого тіла. Кратність m визначається з рівняння теплового балансу парогенератора 5 (рис. 7.23):

$$m (i_6 - i_1) = i_{11} - i_8,$$

звідки
$$m = \frac{i_{11} - i_8}{i_6 - i_1}.$$

З врахуванням теплових втрат в парогенераторі:

$$m = \frac{i_{11} - i_8}{i_6 - i_1} \cdot \frac{1}{\eta_{tn}},$$

де η_{tn} – ККД паронагрівача, що враховує теплові втрати в теплообміннику.

Термічний ККД МГД-установки визначається за формулою, аналогічною рівняння для η_t бінарного циклу

$$\eta_t = \eta_i = \frac{m l_{мгд} + l_v}{m q_1}, \quad (7.19)$$

де $l_{мгд}$ і l_v – питома робота відповідно магнітогідродинамічного і пароводяного циклів; q_1 – теплота, що підводиться до 1 кг робочого тіла МГД-циклу.

Стосовно до рис. (7.23), то вираз (7.19) записується таким чином:

$$\eta_t = \frac{m(i_4 - i_5 - i_2 + i_1) + (i_{11} - i_{12})}{m(i_4 - i_3)} .$$

Розрахунки показують, що термічний ККД МГД-установки η_t складає 0,7, а ефективний ККД $\eta_{\text{еф}}$ – 0,5...0,55, що на 10...15% вище ККД паротурбінних і газотурбінних установок.

7.8.2. МГД-установка замкнутого циклу

Схема МГД-установки замкнутого циклу показана на рис. 7.25. Робоче тіло стискається в компресорі 1 від тиску p_2 до p_1 і подається в ядерний реактор 2, де нагрівається від температури T_2 до T_3 . З реактора робоче тіло надходить в робочий канал МГД-генератора 3, в якому розширюється адіабатно від тиску p_1 до p_2 і здійснює роботу. Після МГД-генератора робоче тіло надходить в парогенератор 4, де передає теплоту воді – робочому тілу пароводяного контура. Далі робоче тіло охолоджується у водяному теплообміннику 5 і надходить у компресор. Утворена в парогенераторі 4 водяна пара надходить в парову турбіну 6 і, розширюючись в ній, здійснює корисну роботу. Відпрацьована пара надходить в конденсатор 7, де конденсується, а конденсат за допомогою насоса 8 знову подається в парогенератор 4.

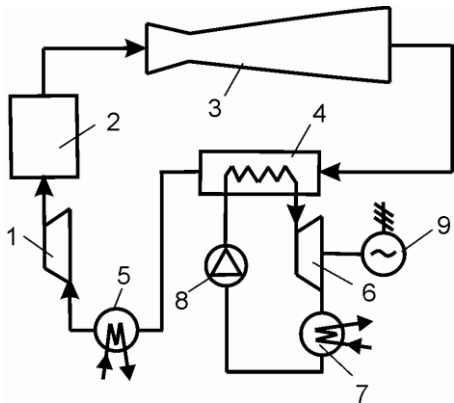
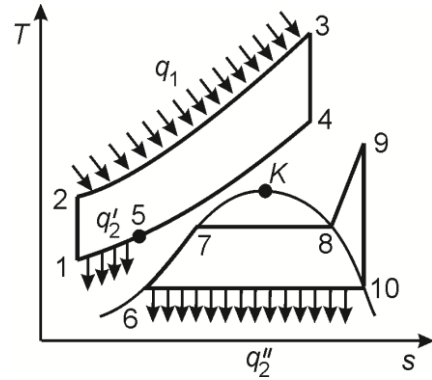


Рис. 7.25. Схема МГД-установки замкнутого циклу.

1 – компресор; 2 – ядерний реактор; 3 – МГД – генератор; 4 – парогенератор; 5 – теплообмінник; 6 – парова турбіна; 7 – конденсатор; 8 – насос; 9 – електрогенератор

На *рис. 7.26* приведений термодинамічний цикл МГД–установки замкнутого циклу. Тут 1-2 – адіабатне стиснення газу в компресорі; 2-3 – підведення теплоти при $p_1 = \text{const}$ в реакторі; 3-4 – адіабатне розширення з віддачею роботи в МГД-генераторі; 4-5 – відведення теплоти при $p_2 = \text{const}$ в парогенераторі; 5-1 – відведення теплоти при $p_2 = \text{const}$ у водяному

Рис. 7.26. Т-s діаграма МГД-установки замкнутого циклу



теплообміннику. Корисна питома робота всієї установки чисельно дорівнює сумі площ 1-2-3-4-1 – газового і 6-7-8-9-10-6 – парового циклів. Ці цикли побудовані для 1 кг водяної пари і m кг продуктів згорання. Кратність продуктів згорання m визначається з рівняння теплового балансу парогенератора: $m(i_4 - i_5) = i_9 - i_6$, звідки:

$$m = \frac{i_9 - i_6}{i_4 - i_5} . \quad (7.20)$$

Термічний ККД МГД – установки замкнутого циклу визначається за формулою (7.19):

$$\eta_t = \frac{ml_{\text{МГД}} + l_6}{mq_1} , \text{ або} \quad \eta_t = \frac{m(i_3 - i_4 - i_2 + i_1) + (i_9 - i_{10})}{m(i_3 - i_2)} . \quad (7.21)$$

В МГД–установці, яка працює по замкнутому циклу, в якості робочого тіла використовують *аргон і гелій*. Ці гази при температурах

1800 – 2200°C і добавках *цезія або калія* мають велику електропровідність. Так, гелій з добавками парів при температурі 2000°C має електропровідність таку ж, як і продукти згорання при температурі 2500°C. Термічний ККД МГД-установки, що працює по замкнутому циклу, становить близько 0,65 [3].

7.9. Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення вологої насиченої, сухої насиченої і перегрітої пари. Що таке ступінь сухості пари?
2. Запишіть рівняння Вар-дер-Ваальса для реального газу. Який фізичний зміст констант a і b , які входять в це рівняння?
3. Запишіть рівняння, що характеризує правило фаз Гіббса. Зобразіть типову фазову $p - t$ - діаграму з лініями фазової рівноваги. Дайте аналіз $p - v$ фазової діаграми.
4. Що таке критична температура і критичний тиск газу? Запишіть рівняння, що зв'язує критичні параметри газу з константами a і b в рівнянні Ван-дер-Ваальса.
5. Зобразіть типові $T-s$ і $i-s$ діаграми реального газу і дайте характеристику основних областей.
6. Що таке дроселювання газу? У чому відмінність дроселювання ідеального і реального газів?
7. За яких умов реальний газ охолоджується при дроселюванні? Чи можливий нагрів реального газу при дроселюванні? У чому полягає фізичний зміст ефекту Джоуля-Томсона?
8. Зобразіть теоретичний цикл Карно для насиченої водяної пари в $p-v$ і $T-s$ діаграмах. Чому цикл Карно практично не застосовується в паросилових установках?

9. Зобразіть цикл Ренкіна з насиченою парою в $p-v$ і $T-s$ діаграмі. Запишіть вирази термічного ККД циклу Ренкіна з насиченою і перегрітою парою.
10. Зобразіть принципову схему одно-, дво- і трьохконтурної ядерної енергетичної установки. У чому полягає їх відмінність?
11. Зобразіть в $T-s$ діаграмі цикл МГД-установки, яка працює за відкритою і закритою схемою. Запишіть рівняння термічного ККД МГД-установки для обох схем.

7.10. Задачі для самостійного розв'язування

1. Водяна пара при початковому тиску 18 *бар* і температурі 250 °С дроселюється до $p_2 = 9$ *бар*. Визначити температуру пари в кінці дроселювання та зміну перегріву пари. Зміна перегріву пари при дроселюванні 12 °С.
2. У балоні ємністю 40 л знаходиться азот під тиском 75 *бар* і температурою 20 °С. Користуючись рівняннями ідеального та реального газів, визначити питомий об'єм азоту і порівняти отримані результати.
3. Резервуар об'ємом 8 м^3 заповнено гелієм. Визначити кількість газу, що міститься в резервуарі з тиском 0,5 *бар* і температурою -180 °С. Розв'язати, користуючись рівняннями стану ідеального та реального газів.
4. Для витіснення агресивної рідини з об'єму застосовується газоподібний азот. Визначити необхідну кількість газу для звільнення ємності об'ємом 0,5 м^3 . Параметри газу в кінці процесу становлять: $p = 40$ *атм* і -73 °С. Провести розрахунки, користуючись рівняннями ідеального та реального газів.

5. Балон об'ємом 70 л наповнений киснем з наступними параметрами: $p = 98$ бар, $t = 20$ °C. Використовуючи рівняння стану ідеального і реального газів, визначити масу газу.
6. Пара при тиску 5 бар та питомому об'єму $0,30$ м³/кг дроселюється до 0,5 бар. Визначити кінцеву ступінь сухості.
7. До якого тиску необхідно дроселювати пару при 20 бар і питомому об'ємі $0,1$ м³/кг, щоб вона стала сухою насиченою?

РОЗДІЛ 8. ЦИКЛИ ХОЛОДИЛЬНИХ УСТАНОВОК

8.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ

Холодильні установки широко застосовуються в різних областях техніки, вони призначені для охолодження тіл до температури нижчої, ніж температура навколишнього середовища. У холодильних установках здійснюється передача теплоти від більш холодних тіл до більш гарячих (найчастіше до навколишнього середовища). Згідно з другим законом термодинаміки зазначений процес може бути здійснений тільки при витраті зовнішньої енергії (роботи). Як було показано в розділі 3, такі машини працюють за *зворотним циклом*, в якому робота стиснення перевищує роботу розширення.

Якщо теплоту, яка відбирається в зворотному циклі від охолоджуваного тіла, позначити через q_2 , а теплоту, сприйняту зовнішнім середовищем, через q_1 , то:

$$q_1 = q_2 + l_{\text{ц}}, \quad (8.1)$$

де $l_{\text{ц}}$ – робота на здійснення зворотного циклу. Отже, в зворотному циклі гарячому тілу віддається теплота, еквівалентна сумі теплоти, що відбирається від охолоджуваного тіла, і підводиться в циклі роботи. Ефективність циклу холодильної установки характеризується *холодильним коефіцієнтом*:

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_{\text{ц}}} = \frac{q_2}{q_1 - q_2}. \quad (8.2)$$

Чим вище значення ε , тим менша робота, що витрачається на відведення заданої кількості теплоти q_2 від холодного тіла.

Робоче тіло, за допомогою якого здійснюється передача теплоти в холодильній установці, називається *холодильним агентом*. Загальна кількість теплоти Q_2 , яка відводиться від охолоджуваного тіла на одиницю часу, називається *холодопродуктивністю* холодильної установки:

$$Q_2 = q_2 \cdot G_{\text{х.а.}},$$

де $G_{\text{х.а.}}$ – витрата холодильного агента через установку.

Найбільш вигідним циклом холодильних установок є *зворотний і оборотний цикл Карно*, який грає в даному випадку таку ж роль, як прямий цикл Карно при аналізі теплових машин. Для заданих температур холодного і гарячого тіла ідеальна холодильна установка, в якій здійснюється *зворотний і оборотний цикл Карно*, є найбільш економічною і її можна розглядати як еталон, з яким порівнюють цикли реальних холодильних установок.

Цей цикл (рис. 8.1) здійснюється між гарячим тілом (*оточуючим середовищем*) з температурою $T_{\text{гор}} = T_2$ і холодним (*охолоджуючим*) тілом з температурою $T_{\text{хол.}} = T_1$.

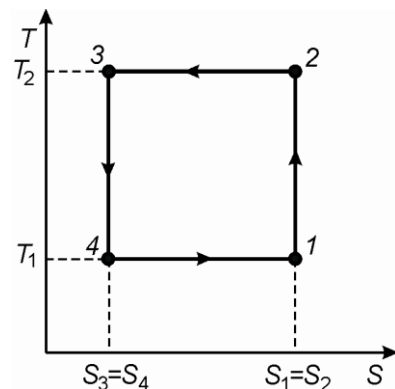


Рис. 8.1. Зворотний і оборотний цикл Карно

Холодоагент, що знаходиться в стані, який визначається точкою 1, адіабатно стискається в процесі 1-2. При цьому його температура збільшується від T_1 (*температура охолоджуваного тіла*) до T_2 (*температура оточуючого середовища*). Потім в процесі 2-3 здійснюється ізотерічне ($T_2 = \text{const}$) відведення теплоти в *оточуюче середовище*:

$$q_1 = T_2 (s_2 - s_3) \quad (8.3)$$

Далі холодоагент адіабатно розширюється, здійснюючи роботу (процес 3-4). Його температура в цьому процесі понижується до T_1 , після чого здійснюється ізотермічне розширення холодоагенту (процес 4-1), в якому до нього підводиться *теплота від охолоджуваного тіла*:

$$q_2 = T_1 (s_1 - s_4). \quad (8.4)$$

За рахунок підведення теплоти питомий об'єм холодоагенту збільшується і він повертається в початковий стан 1. Так як $s_1 = s_2$ і $s_3 = s_4$, то з рівнянь (8.3) і (8.4) слідує:

$$l_{\text{ц}} = q_1 - q_2 = (T_2 - T_1) (s_2 - s_3). \quad (8.5)$$

Підставивши значення q_2 і $l_{\text{ц}}$ з (8.3) і (8.5) в (8.2), *отримаємо рівняння для оборотного холодильного циклу Карно*:

$$\varepsilon = \frac{T_1}{T_2 - T_1}, \quad (8.6)$$

або

$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{T_2}{T_1} - 1}. \quad (8.7)$$

Таким чином, холодильний коефіцієнт ε зменшується (затрачена робота $l_{\text{ц}}$ зростає) при збільшенні температури оточуючого середовища T_2 і зменшенні температури охолоджуваного тіла T_1 . Цей висновок справедливий не тільки для оборотного циклу Карно, але і для будь-якого довільного оборотного циклу.

В практиці найбільше застосування отримали *компресійні холодильні установки*, в яких зовнішня енергія (робота) підводиться за

допомогою компресора. За типом холодильного агента компресійні холодильні установки підрозділяються на дві великі групи:

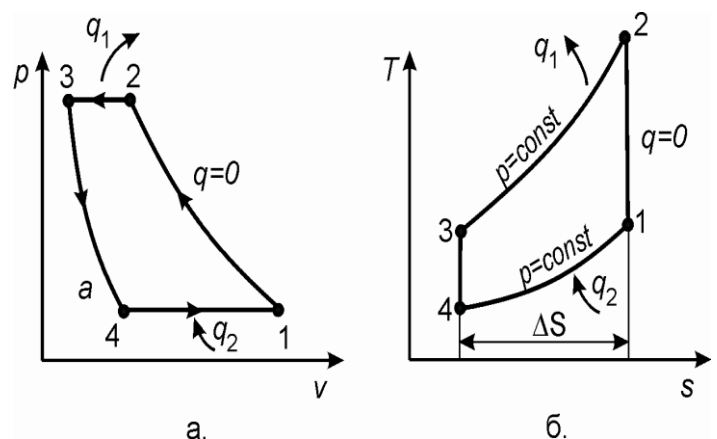
- *газові* (частіше повітряні) холодильні установки, в яких холодильний агент знаходиться в стані, далекому від насичення;
- *парові* холодильні установки, в яких у якості холодильного агента використовують пари низькокиплячих рідин [1, 3, 4].

8.2. ЦИКЛ ПОВІТРЯНОЇ ХОЛОДИЛЬНОЇ УСТАНОВКИ

Схема повітряної холодильної установки представлена на *рис.8.2*, а її цикл в $p-v$ і $T-s$ координатах - на *рис. 8.3*. В компресорі I повітря стискається адіабатно (процес 1-2), в результаті чого його тиск і температура зростають. В теплообміннику II стиснене повітря охолоджується при постійному тиску (процес 2-3). Охолодження повітря відбувається шляхом відведення теплоти в *оточуюче середовище* безпосередньо або за допомогою проміжного теплоносія (води, палива, тощо.). Відведення теплоти від повітря в оточуюче середовище можливе, якщо температура повітря в цьому процесі вище температури навколишнього середовища і ці температури можуть зрівнятися тільки в кінці процесу. Далі повітря адіабатно розширюється до початкового тиску зі здійсненням роботи (процес 3-4) в детандері (розширювачі) III зі зниженням температури при розширенні *за рахунок здійснення роботи*.

В якості детандерів найчастіше використовують турбіни (турбодетандери чи турбохолодильники) або розширювальні машини

Рис. 8.3. Цикл повітряної холодильної установки в $p-v$ (а) і $T-s$ (б) діаграмі



поршневого типу (поршневі детандери). Температура повітря в детандері знижується до T_4 . Далі повітря спрямовується в об'єм IV, де він сприймає теплоту q_2 від охолоджуваного тіла (ізобарний процес $4-1$). Відведення теплоти від охолоджуваного тіла до повітря можливий в тому випадку, якщо температура повітря в цьому процесі нижча за температуру тіла і тільки в кінці процесу вони можуть зрівнятися. В $p-v$ і $T-s$ координатах (рис. 8.3) робота циклу і підведена в циклі теплота еквівалентні площі $1-2-3-4$.

Визначимо *холодильний коефіцієнт* повітряної холодильної установки. Так як $q_1 = c_p(T_2 - T_3)$, а $q_2 = c_p(T_1 - T_4)$, то:

$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{q_1}{q_2} - 1} = \frac{1}{\frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4} - 1} = \frac{1}{\frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{1 - T_3/T_2}{1 - T_4/T_1} - 1}.$$

Оскільки процеси $2-3$ й $4-1$ ізобарні ($p = const$), а $\Delta s_{3-2} = \Delta s_{4-1} = \Delta s$, то:

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_3}{T_2} = c_p \ln \frac{T_4}{T_1}.$$

Відповідно, $\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1}$ і тому:

$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{T_2}{T_1} - 1}. \quad (8.8)$$

Так як для адіабатного процесу $1-2$:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (8.9)$$

то, підставляючи (8.9) в (8.8), отримаємо:

$$\varepsilon = \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}. \quad (8.10)$$

З рівняння (8.10) випливає, що зі зменшенням ступеня підвищення тиску в компресорі $\frac{p_2}{p_1}$ холодильний коефіцієнт ε збільшується.

Недоліком повітряних (газових) холодильних установок є порівняно невеликий холодильний коефіцієнт ε . Це випливає з T-s діаграми (рис. 8.4), на якій зображені зворотний цикл Карно і цикл повітряної холодильної установки, що здійснюються в одному і тому ж інтервалі температур від T_I до T_{II} . Цей недолік циклу повітряної холодильної установки визначається тим, що процеси підведення і відведення теплоти здійснюються не по ізотермі, як в циклі Карно, а по ізобарі.

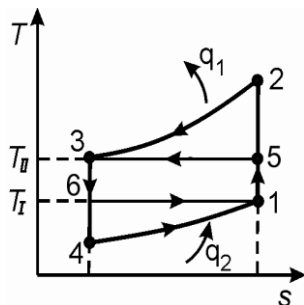


Рис. 8.4. Зворотний цикл Карно (1-5-3-6-1) і цикл повітряної холодильної установки (1-2-3-4-1) в інтервалі температур $T_I - T_{II}$

У системах кондиціонування герметичних кабін літаків, на відміну від розглянутої вище системи, застосовуються повітряні холодильні установки з розімкненим контуром, коли повітря з кабіни викидається в атмосферу.

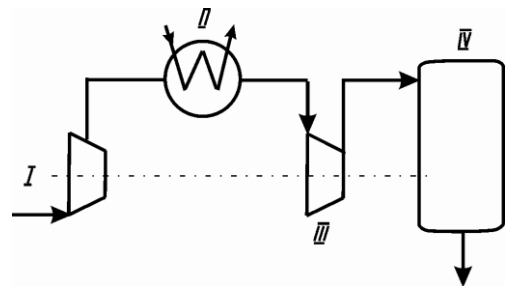
Схема найпростішої повітряної холодильної установки літака показана на рис. 8.5. Повітря в установку надходить від компресора газотурбінного двигуна або окремого компресора I, проходить надалі через теплообмінник II, в якому охолоджувачем є повітря, яке заходить за бортом літаючого апарату. У тих випадках, коли цього недостатньо (політ на надзвукових швидкостях), додатково використовують

паливноповітряний або випаровувальний теплообмінник. У першому випадку охолоджувачем є паливо ГТД, яке перед надходженням в двигун проходить через теплообмінник. У другому - для охолодження повітря використовується прихована теплота випаровування рідини, що знаходиться в теплообміннику.

В якості рідини, яка випаровується використовують воду, водоспиртову суміш й ін. Далі повітря надходить в детандер III і об'єм IV, що отримує теплоту від охолоджуваного тіла. Цикл відкритої повітряної холодильної установки аналогічний циклу установки із замкнутою схемою (рис. 8.3).

Для підвищення ефективності холодильної установки в авіації використовують двоступеневе (і більше) стиснення повітря з проміжним

Рис. 8.5. Схема найпростішої холодильної установки кабіни літака: I – компресор; II – теплообмінник; III – детандер; IV – об'єм, який отримує теплоту от охолоджуваного тіла



охолодженням в теплообміннику (рис. 8.6). Повітря в установку надходить від компресора газотурбінного двигуна або окремого компресора I, проходить через теплообмінник II, в якому воно охолоджується, і далі направляється в компресор III, що приводиться в обертання від холодильної турбіни V. Потім повітря спрямовується в проміжний

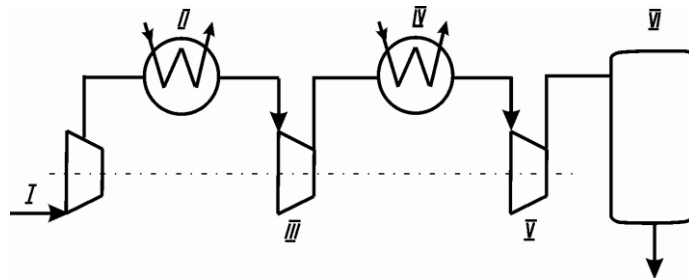


Рис. 8.6. Двоступенева охолодження повітря.

I - компресор; II - теплообмінник; III - проміжний компресор;
IV - проміжний теплообмінник; V - холодильна турбіна;
VI - кабіна літака

теплообмінник IV, в якому воно знову охолоджується, потрапляє в холодильну турбіну V й далі в кабінку літака VI.

Цикл описаної вище повітряної холодильної установки зображений на *рис.8.7*, на якому лінія $1' - 2'$ відображає процес відведення теплоти в теплообміннику II, а лінія $2 - 3$ – процес відведення теплоти в теплообміннику IV. З діаграми випливає, що в заданому інтервалі температур холодильний коефіцієнт установки з двох-ступінчатим стисненням вище, ніж в установки з одноступінчатим стисненням [1, 3, 4].

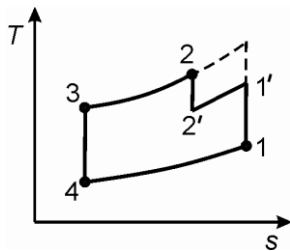


Рис. 8.7. Цикл двоступеневого охолодження Повітря в T - s діаграмі

8.3. ЦИКЛ ПАРОВОЇ КОМПРЕСІЙНОЇ ХОЛОДИЛЬНОЇ УСТАНОВКИ

У зв'язку з тим, що *робочим тілом* в парових холодильних установках є пари речовини з низькою температурою кипіння, термодинамічні процеси в них мають деякі особливості. По-перше, цикл розміщують в двофазній області станів, в якій *ізобарні процеси підведення і відведення теплоти протікають ізотермічно*. Це наближає цикл парової холодильної установки до зворотного циклу Карно і робить його ефективнішим за цикл повітряної холодильної установки. По-друге, процес адіабатного розширення в парових установках замінюють *дроселюванням вологої пари*, яке супроводжується зниженням її температури.

Схема парової холодильної установки та її цикл в $T-s$ діаграмі розглянуто на *рис. 8.8* і *8.9*. У компресорі I відбувається адіабатне стиснення вологої пари, процес $1-2$, при цьому ступінь сухості зростає. Залежно від режиму роботи установки, пара на виході з компресора може бути сухою, насиченою або перегрітою, як це показано на *рис. 8.9*. Потім пара потрапляє в конденсатор II, в якому охолоджується, процес $2-3$, потім конденсується, процес $3-4$. З конденсатора рідина направляється до дросельного вентиля III, де відбувається дроселювання пари, процес $4-5$. В процесі дроселювання знижуються тиск і температура пари, а з дроселя

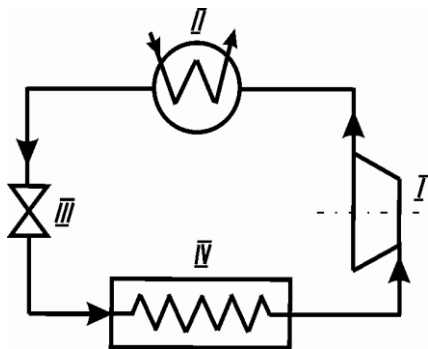


Рис. 8.8. Схема парової холодильної установки: I - компресор; II - конденсатор-теплообмінник; III - дросельний вентиль; IV - випаровувач

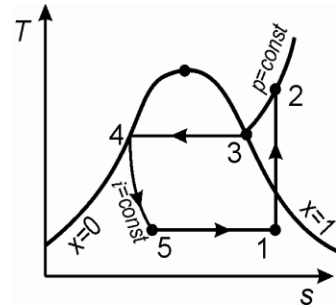


Рис. 8.9. $T-s$ діаграма циклу парової холодильної установки

виходить волога пара, яка надходить у випаровувач IV. У випаровувачі волога пара сприймає теплоту від охолоджуваного тіла, а рідина, що міститься в ньому випаровується (процес $5-1$). З випаровувача пара знову прямує в компресор.

Теплота q_2 , відведена від охолоджуваного тіла у випаровувачі в процесі $5-1$ при $p_1 = \text{const}$, рівна $q_2 = i_1 - i_5$, а теплота q_1 , відведена в зовнішнє середовище в конденсаторі в процесах $2-3$ і $3-4$ при $p_2 = \text{const}$, рівна $q_1 = i_2 - i_4$. Підставивши значення q_1 і q_2 у вираз (8.2), отримаємо:

$$\varepsilon = \frac{i_1 - i_5}{(i_2 - i_4) - (i_1 - i_5)}.$$

Беручи до уваги, що при дроселюванні $i_5 = i_4$, отримаємо остаточний вираз для холодильного коефіцієнта парової холодильної установки:

$$\varepsilon = \frac{i_1 - i_5}{i_2 - i_1} \quad (8.11)$$

Основними вимогами, які висуваються до холодоагентів парових холодильних установок, є:

- в тому інтервалі температур, в якому здійснюється цикл, холодоагент повинен існувати у вигляді вологої пари;
- необхідно, щоб в цьому інтервалі температур тиск насиченої пари холодоагенту був не надто низьким (це вимагає глибокого вакууму), але і не дуже високим. В обох випадках конструкція установки значно ускладнюється.

В таблиці 8.1 наведені властивості поширених холодильних агрегатів, а також відношення величини холодильного коефіцієнта циклу парокомпресійної установки ε до величини холодильного коефіцієнта зворотного циклу Карно ε_K , який здійснюється в тому ж інтервалі температур.

Таблиця 8.1 Порівняння різних холодоагентів

Холодоагенти	Тиск насичених пар, МПа		$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_K}$
	$t = -15^\circ\text{C}$	$t = -30^\circ\text{C}$	
Будь-яка речовина в циклі Карно	–	–	1,0
Двоокис вуглецю	2,310	7,160	0,447
Пропан	0,290	1,070	0,850
Аміак	0,236	1,170	0,845
Фреон-12	0,183	0,745	0,823
Хлористий метил	0,144	0,660	0,817
Сірчистий ангідрид	0,0815	0,460	0,825

Парові холодильні установки мають ряд *переваг* в порівнянні з повітряними холодильними установками, а саме:

1. Більш високий холодильний коефіцієнт внаслідок того, що процеси підведення і відведення тепла протікають в основному ізотермічно; це наближає цикл парової холодильної установки до зворотного циклу Карно.

2. Характеризуються більш високою холодопродуктивністю при однакових габаритах.

3. За рахунок регулювання дросельного вентиля можлива зміна температури в холодильній камері в широких межах.

Завдяки своїм перевагам парові холодильні установки отримали найбільш широке практичне застосування. До *недоліків* парових холодильних установок слід віднести їх порівняну складність конструкції, а також необхідність мати спеціальне робоче тіло. При використанні парокомпресійної установки для систем кондиціонування (рис. 8.10), повітря після додаткового компресора V проходить через випаровувач IV парокомпресійної холодильної установки, де охолоджується холодоагентом, і далі надходить в охолоджуваний відсік VI. Холодоагент після випаровувача направляється в компресор I, потім в теплообмінник II, де охолоджується потоком зовнішнього повітря, і далі в дросель III [1, 3, 4].

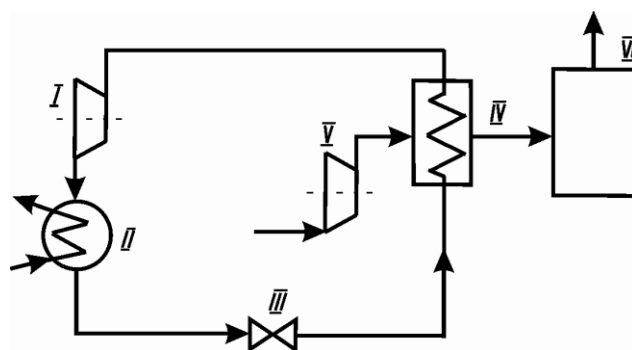


Рис. 8.10. Парокомпресійна холодильна установка для системи кондиціонування:

I - компресор; II - теплообмінник; III - дросель; IV - випарник; V - додатковий компресор;
VI - охолоджуванний відсік

8.4. ЦИКЛ ТЕПЛОВОГО НАСОСА

При роботі холодильної установки теплота відбирається з охолоджуваного об'єму і передається в навколишнє середовище з більш високою температурою. Результатом здійснення холодильного циклу є не тільки охолодження теплообмінника, але й нагрів теплоприймача. В 1852 р Кельвін запропонував використовувати холодильний цикл для нагрівання теплоносія, що використовується в системі опалення приміщень. Холодильна установка, яка використовується для підведення теплоти до об'єкта, що нагрівається, називається *тепловим насосом*. У таких умовах теплота наче «перекачується» від холодного джерела до гарячого.

Робота теплового насоса (рис. 8.11) мало відрізняється від роботи парової компресорної холодильної установки. Джерелом теплоти низької температури для теплового насоса є навколишнє середовище, наприклад, повітря або вода водойм і т.д. З водойми вода за допомогою насоса (на рис. 8.11 не показано) подається в випаровувач 1, де відбувається процес пароутворення. З випаровувача пара високого ступеня сухості направляється в компресор 4, в якому вона стискається адіабатно від тиску p_1 до тиску p_2 , а температура підвищується від температури T_1 до T_2 . При цьому ступінь сухості пари зростає і з компресора виходить перегріта пара.

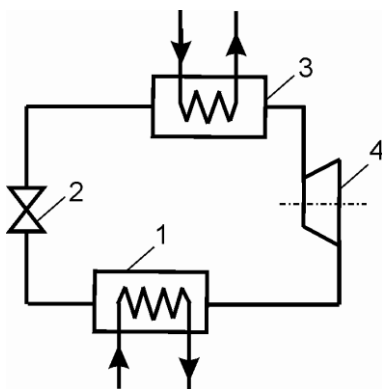


Рис. 8.11. Схема теплового насоса:
1 - випаровувач; 2 - дросель;
3 - конденсатор; 4 - компресор

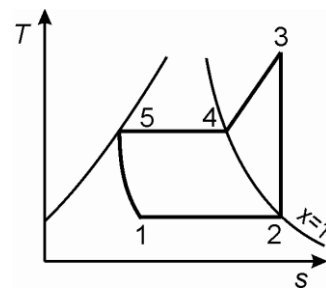


Рис. 8.12. Ідеальний цикл теплового насоса в $T-s$ діаграмі

Ця пара надходить в конденсатор 3, де за рахунок віддачі теплоти воді, що циркулює в опалювальній системі, відбувається її конденсація.

У конденсаторі спочатку відбувається ізобарне охолодження перегрітої пари, а потім її повна конденсація за ізобарою-ізотермою. З конденсатора холодоагент виходить в стані насичення. За тиску p_1 і температури T_1 він направляється в дросельний вентиль 2, де дроселюється до тиску p_2 і температури T_2 . Після вентилля волога пара при температурі T_2 з малим ступенем сухості надходить в випаровувач 1. За рахунок теплоти, що відбирається з води, що міститься у вологій парі, рідина випаровується, ступінь її сухості при цьому зростає. Потім холодоагент спрямовується в компресор 4 і цикл замикається.

Ідеальний цикл теплового насоса складається з наступних процесів (рис. 8.12): 1-2 – випаровування холодоагенту у випаровувачі; 2-3 – адіабатне стиснення холодоагенту в компресорі; 3-4 – ізобарне охолодження перегрітої пари; 4-5 – конденсація пари в конденсаторі з віддачею теплоти в опалювальну систему; 5-1 – дроселювання холодоагенту.

В аналізованому циклі, як і в будь-якому зворотному циклі, теплота холодного тіла (наприклад, води із водойми) за допомогою витрати роботи передається гарячому тілу (воді опалювальної системи). При цьому в опалювальну систему надходить теплота q_1 , рівна сумі теплоти q_2 , відібраної у холодного джерела, і роботи l , витраченої для здійснення холодильного циклу:

$$q_1 = q_2 + l. \quad (8.12)$$

Ефективність теплового насоса оцінюється величиною *опалювального коефіцієнта*, або коефіцієнтом перетворення теплоти:

$$\varphi = \frac{q_1}{l}. \quad (8.13)$$

З рис. 8.12 видно, що $q_1 = i_3 - i_1$; $q_2 = i_2 - i_1$. Робота, яка витрачається в циклі:

$$l = q_1 - q_2 = (i_3 - i_1) - (i_2 - i_1) = (i_3 - i_2). \quad (8.14)$$

Тоді:

$$\varphi = \frac{q_1}{l} = \frac{i_3 - i_1}{i_3 - i_2}. \quad (8.15)$$

Встановимо зв'язок опалювального коефіцієнта φ з холодильним коефіцієнтом ε . З виразів (8.13), (8.2) і (8.12) маємо:

$$\varphi = \varepsilon + 1. \quad (8.16)$$

Таким чином, чим більше холодильний коефіцієнт ε , тим вище опалювальний коефіцієнт циклу φ . Так як в тепловому насосі $q_1 > l$, то завжди маємо $\varphi > 1,0$. Цей висновок впливає також з рівняння (8.16).

При роботі теплового насоса за зворотним циклом Карно опалювальний коефіцієнт визначається за наступною формулою:

$$\varphi = \frac{T_1}{T_1 - T_2},$$

або:

$$\varphi = \frac{1}{1 - \frac{T_2}{T_1}}. \quad (8.17)$$

Отже, якщо при опаленні будинку взимку температура річкової води $T_2 = 273$ К, а температура холодоагента, при якій він віддає теплоту в опалювальну систему $T_1 = 323$ К, то максимальний опалювальний коефіцієнт теплового насоса:

$$\varphi = \frac{323}{323 - 273} = 6,46$$

Таким чином, тепловий насос передає в опалювальну систему кількість теплоти, яка в 6,46 раз більше роботи, витраченої в циклі. Ефективність роботи теплового насоса можна збільшити, якщо у випаровувач буде надходити вода з *більш високою температурою*, наприклад, охолоджуюча вода промислових печей, конденсаторів турбін та інших промислових агрегатів. Якщо температура такої води дорівнює 293 К, то опалювальний коефіцієнт φ збільшується до 10,77.

Теплові насоси, в яких використовуються цикли парових холодильних установок, менш досконалі, ніж зі зворотним циклом Карно, і їх опалювальні коефіцієнти мають меншу величину. *В реальних теплових насосах значення опалювального коефіцієнта становить від 3 до 5.*

Перша парокомпресійна аміачна теплонасосна станція для опалення приміщення була побудована в 1930 р. На сучасному етапі теплові насоси широко використовуються для опалення приміщень та в різних технологічних процесах [1, 4].

8.5. Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення холодильного коефіцієнта і холодопродуктивності.
2. Запишіть вираз для холодильного коефіцієнта зворотного циклу Карно.
3. Зобразіть цикл повітряної холодильної установки в $p-v$ і $T-s$ діаграмі. Запишіть вираз для холодильного коефіцієнта циклу.
4. Чому повітряні холодильні установки мало використовуються на практиці?
5. Порівняйте зворотний цикл Карно і цикл повітряної холодильної установки в однаковому інтервалі температур.

6. Зобразіть схему парової холодильної установки і її цикл в T-s діаграмі. Запишіть вираз для холодильного коефіцієнта циклу.
7. Вкажіть переваги парових холодильних установок порівняно з повітряними холодильними установками.
8. Перерахуйте основні вимоги, які висуваються до холодоагентів парових холодильних установок.
9. У чому відмінність теплового насоса від холодильної установки?
10. Зобразіть схему роботи теплового насоса і розгляньте його цикл.
11. Запишіть вираз для опалювального коефіцієнта теплового насоса. Який його зв'язок з холодильним коефіцієнтом?
12. Які параметри визначають ефективність роботи теплового насоса?

8.6. Задачі для самостійного розв'язування

1. Визначити термічний ККД циклу Карно при температурі нагрівача 2200°C і охолоджувача 600°C .
2. Цикл Карно здійснюється в двигуні, в якому до 1 кг повітря при температурі 1800°C підводиться 400 кДж теплоти, а термічний ККД рівний $0,6$. Визначити кількість теплоти, яка відводиться в охолоджувач, і температуру, при якій вона відводиться.
3. Холодильна машина, яка працює за циклом Карно, за 1 цикл відводить з холодильної ємності 200 кДж теплоти при температурі -15°C і передає її в оточуюче середовище при температурі 30°C . Визначити роботу, яка витрачається на 1 цикл, і теоретичну потужність, якщо загальна кількість теплоти, що виділяється з ємності протягом години, рівна $1\,046\,500\text{ кДж}$.

4. 1 *кмоль* повітря при температурі 900°C займає резервур ємністю 50 м^3 ; після охолодження тиск в резервуарі став рівний 1 атм . Визначити початкові та кінцеві параметри повітря в процесі.
5. Повітря при постійному питомому об'ємі $0,83\text{ м}^3/\text{кг}$ і початковому тиску, рівному 3 атм , охолоджується до 300°C . Визначити початкову температуру, кінцевий об'єм *кмоля* й тиск.
6. 1 *кмоль* повітря охолоджується при постійному тиску $p=2\text{ атм}$ від $t_1=900^{\circ}\text{C}$ до $t_2=430^{\circ}\text{C}$. Визначити початковий і кінцевий об'єми газів та кількість теплоти, відведеної в процесі.
6. При ізобарному охолодженні об'єм *кмоля* повітря зменшився з 26 до 22 м^3 ; кінцева температура процесу $t_2=505^{\circ}\text{C}$. Визначити тиск газу в процесі, початкову температуру і кількість відведеної теплоти.
7. 2 *кмоль* продуктів згорання при $\beta=1,2$ охолоджуються від $t_1=700^{\circ}\text{C}$ до $t_2=260^{\circ}\text{C}$; постійний тиск продуктів рівний $1,5\text{ атм}$. Визначити зміну об'єму і кількість відведеної теплоти.
8. В результаті адіабатного розширення 1 кг повітря з початковим тиском 5 атм температура його понизилась з 790 до 425°C . Визначити параметри газу на початку і в кінці процесу та роботу розширення.

Література

1. Алабовский А.Н. Недужий И.А. Техническая термодинамика и теплопередача. - 3-е изд., перераб. и доп. - К. : Вища школа, 1990. - 256 с.
2. Беляев Н.М. Термодинамика. К.: Изд. Высшая школа 1987. – 342 с.
3. Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика.-2008. Учебник для вузов. Пятое издание, дополненное и переработанное. Москва: Изд.:ИД МЭИ.-450 с.
4. Мухачев Г.А., Щукин В.К. Термодинамика и теплопередача. М. Изд. Высшая шк. 1991. – 480 с.
5. Болгарский А.В., Голдобеев В.И. и др. Сборник задач по термодинамике и теплопередаче. М.: Изд. Высшая школа 1972.– 302с.
6. Мелик-Пашаев Н.И., Кобельков В.И., Воротников Б.А., Березин Г.В. Техническая термодинамика и теплопередача. М.: Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. 1983. 267 с.
7. Христич В.А., Варламов Г.Б. Газотурбинные установки: история и перспективы.-К.: Изд. НТУУ «КПИ».-2006.-383 с.